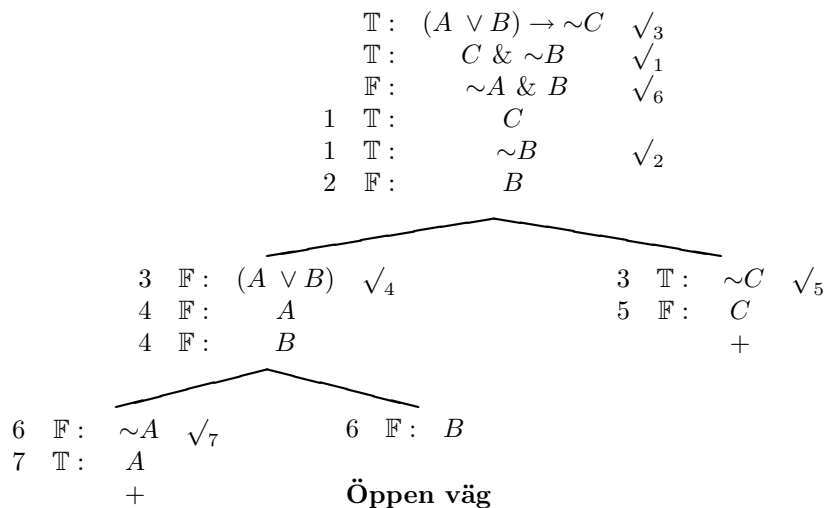


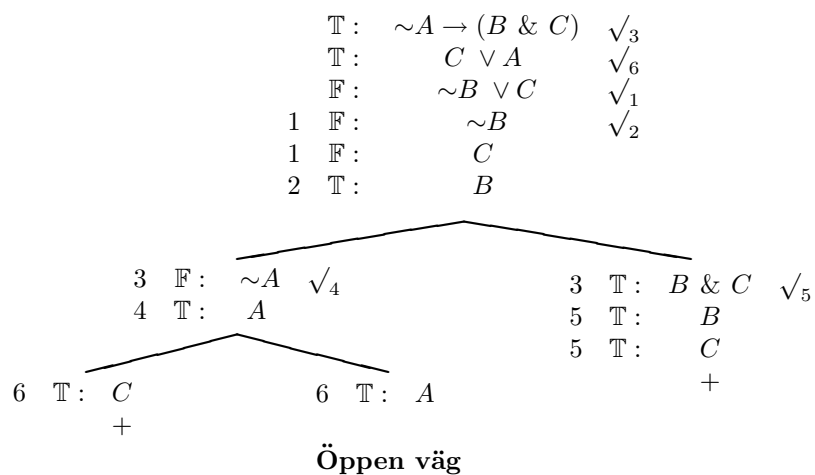
Lösningar till KS1 i Logik för IT3, 10 oktober 2005

A1) Tablå för  $(A \vee B) \rightarrow \sim C, C \& \sim B \models \sim A \& B$  :



Tablå sluter sig inte, så slutledningen är inte giltig.  
 I den öppna vägen läser man av tolkningen som visar detta:  $A, B$  falska och  $C$  sann.

B1) Tablå för  $\sim A \rightarrow (B \& C), C \vee A \models \sim B \vee C$  :



Tablå sluter sig inte, så slutledningen är inte giltig.  
 I den öppna vägen läser man av tolkningen som visar detta:  $A, B$  sanna och  $C$  falsk.

**A2)** Vi skall visa:  $A \rightarrow \sim(B \& C)$ ,  $B \vdash C \rightarrow \sim A$ .

Strategi: Antag  $C$  och  $A$  och härled en motsägelse

1	(1)	$A \rightarrow \sim(B \& C)$	premiss
2	(2)	$B$	premiss
3	(3)	$C$	antagande
4	(4)	$A$	antagande
1,4	(5)	$\sim(B \& C)$	1,4 $\rightarrow E$
2,3	(6)	$B \& C$	2,3 $\& I$
1,2,3,4	(7)	$\perp$	5,6 $\sim E$
1,2,3	(8)	$\sim A$	4,7 $\sim I$
1,2	(9)	$C \rightarrow \sim A$	3,8 $\rightarrow I$

Eftersom sentensen på rad 9 bara beror av premisserna på raderna 1 och 2 är beviset klart.

**B2)** Vi skall visa:  $(A \& B) \rightarrow \sim C$ ,  $A \vdash C \rightarrow \sim B$ .

Strategi: Antag  $C$  och  $B$  och härled en motsägelse

1	(1)	$(A \& B) \rightarrow \sim C$	premiss
2	(2)	$A$	premiss
3	(3)	$C$	antagande
4	(4)	$B$	antagande
2,4	(5)	$A \& B$	2,4 $\& I$
1,2,4	(6)	$\sim C$	1,5 $\rightarrow E$
1,2,3,4	(7)	$\perp$	6,3 $\sim E$
1,2,3	(8)	$\sim B$	4,7 $\sim I$
1,2	(9)	$C \rightarrow \sim B$	3,8 $\rightarrow I$

Eftersom sentensen på rad 9 bara beror av premisserna på raderna 1 och 2 är beviset klart.

**A3)** Låt  $\mathcal{T}$  stå för  $\sim \perp$ , en sentens som är sann i varje tolkning. Om vi t.ex. tar  $p = \mathcal{T}$ ,  $q = r = \perp$ , så blir  $\alpha$ ) uppfyllt (eftersom  $\models p \rightarrow q$  inte gäller), medan  $\beta$ ) ej blir uppfyllt.

**SVAR:**  $\alpha) \Rightarrow \beta)$  gäller inte.

**B3)** Låt  $\mathcal{T}$  stå för  $\sim \perp$ , en sentens som är sann i varje tolkning. Om vi t.ex. tar  $p = r = \perp$ ,  $q = \mathcal{T}$ , så blir  $\beta)$  uppfyllt men inte  $\alpha)$ .

**SVAR:**  $\beta) \Rightarrow \alpha)$  gäller inte.