SF1901/ FÖRELÄSNING 4

\- -

De stokastiska variablerna X och Y har en simultan sannolikhetsfunktion $p_{X,Y}(j,k)$ given av tabellen nedan

X/Y	0	1	2	3
0	0.2	0	0	0
1	0	0.1	0.1	0
2	0	0.1	0.1	0
3	0	0	0	0.4

och 0 för övrigt.

De simultana sannolikhetsfunktionen för stokastiska variablerna X och Y med $p_{X,Y}(j,k)$

X/Y	0	1	2	3
0	0.2	0	0	0
1	0	0.1	0.1	0
2	0	0.1	0.1	0
3	0	0	0	0.4

- Marginalfördelning för X:

$$p_X(0) = 0.2 + 0 + 0 + 0 = 0.2,$$

$$p_X(1) = 0 + 0.1 + 0.1 + 0 = 0.2$$

$$p_X(2) = 0 + 0.1 + 0.1 + 0 = 0.2,$$

$$p_X(3) = 0 + 0 + 0 + 0.4 = 0.4$$

- På samma sätt fås marginalfördelning för Y:

$$p_Y(0) = 0.2, p_Y(1) = 0.2$$

$$p_Y(2) = 0.2, p_Y(3) = 0.4.$$

- X och Y är INTE oberoende, ty, t.ex.,

$$p_X(0) \cdot p_Y(0) = 0.2 \cdot 0.2 = 0.04 \neq 0.2 = p_{X,Y}(0,0)$$

- BETINGADE FÖRDELNINGAR

$$p_{X|Y=k}(j) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{p_{X,Y}(j,k)}{p_Y(k)}, j = 0,1,2,3$$

$$p_{Y|X=j}(k) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{p_{X,Y}(j,k)}{p_X(j)}, k = 0,1,2,3$$

- Till exempel

$$p_{Y|X=2}(0) = \frac{p_{X,Y}(2,0)}{p_X(2)} = \frac{0}{0.2} = 0$$

$$p_{Y|X=2}(1) = \frac{p_{X,Y}(2,1)}{p_X(2)} = \frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2}$$

$$p_{Y|X=2}(2) = \frac{p_{X,Y}(2,2)}{p_X(2)} = \frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2}$$

$$p_{Y|X=2}(3) = \frac{p_{X,Y}(2,3)}{p_X(2)} = \frac{0}{0.2} = 0$$

och

$$p_{X|Y=0}(0) = \frac{p_{X,Y}(0,0)}{p_Y(1)} = \frac{0.2}{0.2} = 1$$

$$p_{X|Y=0}(1) = p_{X|Y=0}(2) = p_{X|Y=0}(3) = 0$$

Utifrån definitionerna följer vidare att

$$p_X(k) = \sum_{j=0}^{3} p_Y(j) p_{X|Y=j}(k) = \sum_{j=0}^{3} p_{X,Y}(k,j).$$

$$p_Y(j) = \sum_{k=0}^{3} p_X(k) p_{Y|X=k}(j) = \sum_{k=0}^{3} p_{X,Y}(k,j).$$