

SF1901 Sannolikhetsteori och statistik I

Jimmy Olsson

Föreläsning 16
13 december 2017



Idag

Oberoendetest (Kap. 13.10)

Repetition: tentamen januari 2017



Idag

Oberoendetest (Kap. 13.10)

Repetition: tentamen januari 2017



Korstabell

- ▶ χ^2 -metoden kan användas för att pröva om två egenskaper är *oberoende*.
- ▶ Vi tittar återigen på n oberoende försök. Denna gång klassificerar vi varje utfall utifrån *två* egenskaper A och B enligt följande *korstabell* (eller *kontingenstabell*):

	A_1	A_2	\dots	A_r
B_1	B_1A_1	B_1A_2	\dots	B_1A_r
B_2	B_2A_1	B_2A_2	\dots	B_2A_r
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
B_s	B_sA_1	B_sA_2	\dots	B_sA_r

- ▶ Varje försök kan med andra ord utfalla på sr olika sätt

$$B_iA_j, \quad i = 1, \dots, s, \quad j = 1, \dots, r.$$



Korstabell (forts.)

- ▶ Vi låter p_{ij} vara den okända sannolikheten för $B_i A_j$ (så att $\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^r p_{ij} = 1$).
- ▶ Följaktligen:

$$\mathbb{P}(A_j) = \sum_{i=1}^s \mathbb{P}(B_i A_j) = \sum_{i=1}^s p_{ij} \stackrel{\text{not.}}{=} p_{\cdot j}$$

$$\mathbb{P}(B_i) = \sum_{j=1}^r \mathbb{P}(B_i A_j) = \sum_{j=1}^r p_{ij} \stackrel{\text{not.}}{=} p_{i \cdot}$$

- ▶ Ovan sannolikheter kan skattas som

$$p_{\cdot j}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^s x_{ij},$$

$$p_{i \cdot}^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r x_{ij}.$$



Oberoendetest

- ▶ Vi vill pröva om egenskaperna A och B är *oberoende*, dvs.

$$H_0 : p_{ij} = \mathbb{P}(B_i A_j) = \mathbb{P}(B_i)\mathbb{P}(A_j) = p_{i \cdot} p_{\cdot j} \quad \text{för alla } i, j.$$

- ▶ För detta ändamål tillämpas χ^2 -metoden med testvariabeln

$$Q = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^r \frac{(x_{ij} - np_{i \cdot}^* p_{\cdot j}^*)^2}{np_{i \cdot}^* p_{\cdot j}^*},$$

vilken under H_0 är approximativt χ^2 -fördelad med

$$sr - 1 - \underbrace{(s - 1 + r - 1)}_{\text{ant. skattade par.}} = sr - s - (r - 1) = (s - 1)(r - 1)$$

frihetsgrader. Som vanligt gäller tumregeln $np_{i \cdot}^* p_{\cdot j}^* \geq 5$.



Exempel: flextid*

- ▶ Ett större företag vill undersöka om det finns intresse bland sina tjänstemän för att gå över till flextid. Ett slumpmässigt urval på 200 tjänstemän tillfrågas. Av de som valdes ut i stickprovet var 120 kvinnor, och av dessa var 90 positiva till flextid; bland de 80 männen i stickprovet var 50 positiva. Kan man hävda att inställningen till flextid skiljer sig åt mellan könen?
- ▶ Svara på frågan med hjälp av ett lämpligt statistiskt test på nivån 1%.

*Tentamen februari 2012, Uppg. 3

Idag

Oberoendetest (Kap. 13.10)

Repetition: tentamen januari 2017

