SF1911: Statistik för bioteknik
Föreläsning 3. Exemplet från lektionen

TK

3.11.2017

KTH Matematik

Probability: independent events

We say that A and B are **independent** events if

$$P\left(A \cap B\right) = P(A) \cdot P(B).$$

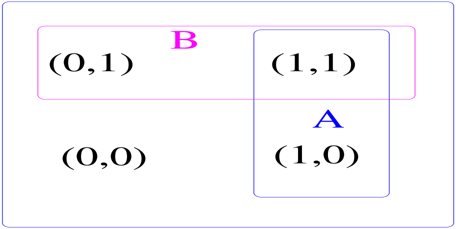
Example

I en stor population har 4% celiaki, d.v.s gluteinintolerans. Du plockar på måfå och oberoende av varandra två individer, a och b.

Låt oss beteckna utfallen så att t.ex $(1,0)$ svarar mot att individ a har celiaki och b har inte o.s.v.. Då är utfallsrummet

$$\Omega = \{(0,0),(1,0),(0,1),(1,1)\}$$

Vi har att $P(1) = 0.04$, $P(0) = 0.96$



KTH Matematik

Example

a) Vad är sannolikheten för att både a och b har celiaki?
<u>Svar</u>: Den sökta sannolikheten är p.g.a. oberoendet

$$P(A \cap B) = P((1,1)) = P(1)P(1) = 0.04 \cdot 0.04 = 0.0016.$$

Example continued

$$\Omega = \{(0,0),(1,0),(0,1),(1,1)\}$$

$P(1) = 0.04,\ P(0) = 0.96$

b) Vad är sannolikheten för att minst en har celiaki ?
Svar 1: Om vi sätter $A = \{(1,0),(1,1)\}$ (d.v.s alla utfallen, där a har celiaki) och $B = \{(0,1),(1,1)\}$ (d.v.s alla utfallen, där b har celiaki). Den sökta sannolikheten är

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$P(A) = P((1,0)) + P((1,1)) = P(1)P(0) + P(1)P(1)$$

$$= 0.04 \cdot 0.96 + 0.0016 = 0.04$$

Vi har att $P(B) = P(A)$. Den sökta sannolikheten är p.g.a. oberoendet

$$P(A \cup B) = 0.04 + 0.04 - 0.0016 = 0.0784.$$

Example continued

Svar 2: $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c = \{(0,0)\}$. Den sökta sannolikheten är

$$P(A \cup B) = 1 - P((0,0)) = 1 - 0.96 \cdot 0.96 = 0.0784.$$

KTH Matematik

Example continued

c) Ingen har celiaki ?
<u>Svar</u>:

$$P((0,0)) = P(0)P(0) = 0.9216$$

d) Precis en av a och b har celiaki ?
<u>Svar</u>:

$$P((0,1)) + P((1,0)) = P(0)P(1) + P(1)P(0) = 2 \cdot 0.04 \cdot 0.96 = 0.0768$$

Med mängdoperationer svarar händelsen *precis en av a och b har celiaki* mot

$$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B).$$

Example

Observera att

$$P((0,0) + P((1,0)) + P(0,1) + P(1,1)$$

$$= 0.96 \cdot 0.96 + 0.04 \cdot 0.96 + 0.04 \cdot 0.96 + 0.0016 = 1.$$

som sig bör.

KTH Matematik