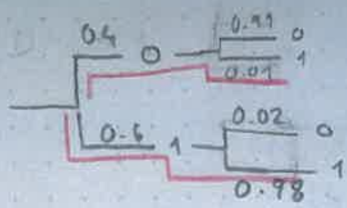
Övning 3

Tema
- Kombinatorik
- Betingning
- Oberoende

2.81 Telekom-system



a) $P(1 \text{ sänts} \mid 1 \text{ mottagits}) = \dfrac{P(1 \text{ sänts} \cap 1 \text{ mottagits})}{P(1 \text{ mottagits})} = \dfrac{0.6\cdot 0.98}{0.6\cdot 0.98 + 0.4\cdot 0.01} = 0.9932$

b) $P($"Att ett valt tecken mottagits felaktigt"$) =$

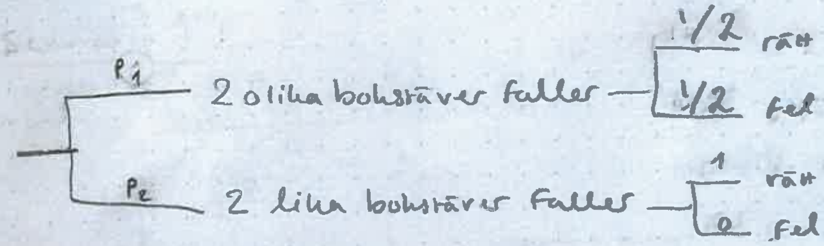
$P((0S \cap 1M) \cup (1S \cap 0M)) =$

$0.04 \cdot 0.01 + 0.6 \cdot 0.02 - 0 = 0.016$

snitt inget problem pga träddiagram

2.25 $\boxed{M}\boxed{A}\boxed{L}\boxed{M}\boxed{Ö}$ 2 slumpmässigt valda bokstäver faller ner

Sökt: P("sätts upp rätt igen")



$P_2 = \dfrac{\#\text{ Gynnsamma}}{\#\text{ Möjliga}} = \dfrac{1}{\binom{5}{2}} = 1/10$ 1 Gynnsam: MM

$P_1 = 1 - P_2 = 9/10$

$p = P_1 \cdot \frac{1}{2} + P_2 \cdot 1 = \frac{9}{10}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{10}\cdot 1 = \frac{11}{20}$

2.26 Givet
P för pojkfödsel: p
Kön hos olika barn i en familj oberoende
En familj har 4 barn

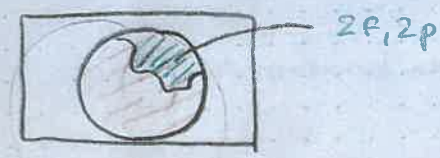
a) $P(2f, 2p \mid \text{äldsta barnet pojke})$

p/f	p/f	p/f	P	
p	f	f		p $p(1-p)(1-p)$
f	p	f		$(1-p)p(1-p)$
f	f	p		$(1-p)(1-p)p$

Allmänt: Sannolikhet för en 2f, p konstellation: $p(1-p)^2$
× Antal konstellationsordningar $\binom{3}{2} = \binom{3}{1} = 3$

$3p(1-p)^2$

b) $$P(2f, 2p \mid \text{minst en pojke}) = \frac{P((2P, 2F) \cap \text{minst en } p)}{P(\text{minst en } p)} \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow \frac{P(2P, 2F)}{1 - P(\text{"alla flickor"})}$$

Minst en pojke: 1p, 2p, 3p, 4p

$$\Leftrightarrow \frac{p^2(1-p)^2 \cdot \binom{4}{2}}{1 - (1-p)^4 \cdot 1}$$ ← antal konstellationsordningar

↑ endast en konstellationsordning

2.32 A, B oberoende (1)

$P(A) = 0.1$
$P(B) = 0.05$

Sökt: $P(A^* \cap B^*)$

(1): $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A^* \cap B^*) = P((A \cup B)^*) = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + \underbrace{P(A) \cdot P(B)}_{(1)} = (1 - P(A))(1 - P(B))$$

$$= P(A^*) \cdot P(B^*)$$

Alltså har vi visat att $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
$$\Longrightarrow P(A^* \cap B^*) = P(A^*) \cdot P(B^*)$$

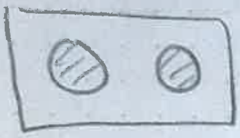
Svar: $(1 - 0.1)(1 - 0.05) = 0.855$

Övn 3 del 2

2.38

$P(A),\ P(B) \neq 0$

a) (om) disjunkta, möjligt att de är oberoende?



$$0 = P(\emptyset) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{disjunkta}}}{P(A \cap B)} \neq \underbrace{P(A)\cdot P(B)}_{P(A),\,P(B) > 0} > 0$$

b) Om oberoende, möjligt att de är disjunkta?

$$0 < P(A)\cdot P(B) = P(A \cap B) \neq P(\emptyset) = 0$$

a) Nej b) Nej

Alltså visat: A, B disjunkta $\Longleftrightarrow$ A, B beroende

Tänk:

$$\left.\begin{array}{ll} A, B \text{ disjunkta} \longrightarrow & P(A) = P(A \cap B^*) \\ A, B \text{ oberoende} \longrightarrow & P(A \cap B^*) = P(A)\cdot P(B^*) \end{array}\right\} \text{ej förenligt}$$

Alt intuition: A, B disjunkta: då kan de inte inträffa samtidigt

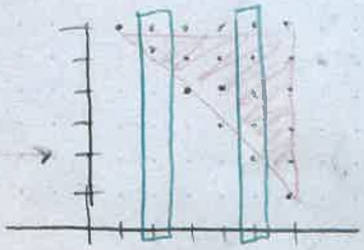
→ om B inträffar vet vi att A ej inträffat

→ beroende

2.34 två kast med en tärning

$$\left.\begin{array}{l} A: \text{första kastet ger en 2:a eller 5:a} \\ B: \text{summa av kast minst 7} \end{array}\right\} \text{oberoende?}$$

$$P(A)\cdot P(B) \overset{?}{=} P(A \cap B)$$



① $P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

$P(B) = 21/36$

$$\left.\begin{array}{l} P(A)\cdot P(B) = 7/36 \\ ② \ P(A \cap B) = 7/36 \end{array}\right\} \text{Alltså oberoende}$$

2.36 Tillverkningsfel — A B C { oberoende

P(fel) 0.2 0.05 0.1

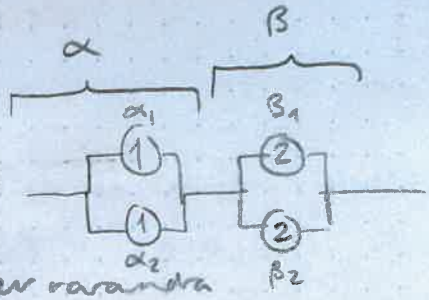
Sökt: P (minst ett av fel)

$$P(-\text{"}-) = 1 - \underbrace{P(A^* \cap B^* \cap C^*)}_{\text{Felfri}} = 1 - P(A^*)\cdot P(B^*)\cdot P(C^*) =$$

A^*, B^*, C^* oberoende då A, B, C är det

$= 1 - 0.684 = 0.816$

2.40ab a) 

b) 

Enheterna går sönder oberoende av varandra

$P(1 \text{ håller}) = 0.9$

$P(2 \text{ håller}) = 0.8$

Sökt: P systemens funktionssannolikhet

a) $P = P(① \text{ håller} \cap ② \text{ håller}) = 0.9\cdot 0.8 = 0.72$

↑ oberoende

b) $P = P(\alpha \text{ håller} \cap \beta \text{ håller}) = P(\alpha_1 \cup \alpha_2)\cdot P(\beta_1 \cup \beta_2)$

$$= (0.9 + 0.9 - 0.9^2)(0.8 + 0.8 - 0.8^2) = 0.9504$$