2.8/2.3 Vid tillverkning av en viss typ av byggelement kan två slags fel A och B föreligga hos de tillverkade enheterna. Man vet att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.2$ och $P(A \cap B) = 0.05$. Beräkna sannolikheten att en tillverkad enhet har

a) åtminstone något av felen,
b) felet A men inte felet B,
c) felet B men inte felet A,
d) exakt ett av felen A och B.

2.25/B217 Från en skylt med texten MALMÖ faller det ner två slumpmässigt valda bokstäver. En vänlig analfabet sätter upp de båda bokstäverna på de tomma platserna. Beräkna med hjälp av formeln för total sannolikhet sannolikheten att skylten får korrekt text.

2.29/2.26 Ett företag som tillverkar batterier av en viss typ har tillverkningen förlagd till tre olika fabriker. Fabrik A står för 50 % av tillverkningen, fabrik B för 20 % och fabrik C för 30 %. Man vet att ett batteri från fabrik A har sannolikheten 95 % att räcka mer än 10 drifttimmar. Motsvarande sannolikheter för fabrikerna B och C är 97 % resp. 98 %. Man har blandat batterier från de tre fabrikerna i ett stort centralt lager.

a) Vad är sannolikheten att ett batteri som tas på måfå ur lagret ska räcka mer än 10 drifttimmar?

b) Man tar på måfå ett batteri ur lagret och finner att det räcker *mer* än 10 drifttimmar. Vad är sannolikheten för att det tillverkats i fabrik A?

c) Man tar på måfå ett batteri ur lagret och finner att det räcker *mindre* än 10 drifttimmar. Vad är sannolikheten för att det tillverkats i fabrik A?

2.33/B221 Familjerna A, B och C är bjudna på middag. Sannolikheten att de kommer är 0.8, 0.6 respektive 0.9 och de kommer oberoende av varandra. Beräkna sannolikheten att, av de tre familjerna,

a) alla kommer

b) ingen kommer

c) minst en kommer.

3.4/B304 I en ask ligger en femkrona och två enkronor. Man tar upp två på måfå valda av dessa mynt. Låt X beteckna sammanlagda värdet av de upptagna mynten.

a) Vilka värden kan X anta?

b) Ange sannolikhetsfunktionen för X.

3.5/B305 Ur en urna med fyra vita och sex svarta kulor drar man upprepade gånger en kula med återläggning mellan varje dragning. Man håller på tills man för första gången får en vit kula. Låt X beteckna antalet dragningar som resulterar i svart kula (dvs antalet misslyckade dragningar).

a) Ange sannolikhetsfunktionen för X.

b) Beräkna $P(X \geq 3)$.

3.7/B307 En urna innehåller fyra vita och sex svarta kulor. Man drar tre kulor ur urnan. Låt X beteckna antalet vita kulor bland de dragna kulorna.

a) Ange sannolikhetsfunktionen för X då dragningen sker med respektive utan återläggning.

b) Beräkna sannolikheten att man får fler vita kulor än svarta med eller utan återläggning.

7.16/9.7 *Kvalitetskontroll.* Ett varuparti om 100 enheter innehåller 6 defekta enheter. En köpare tar på måfå och utan återläggning ut 5 enheter och undersöker dessa. Låt X vara antalet defekta enheter.
a) Ange sannolikhetsfunktionen för X.
b) Ange $E(X)$ och $V(X)$.
c) Köparen accepterar partiet om högst en enhet i urvalet är defekt. Vad är sannolikheten för detta?

3.10/3.5 Man har en dator till vilken tre terminaler är kopplade. Dessa används oberoende av varandra och man har sannolikheterna 3/4, 2/3 respektive 1/2 för att terminal 1, 2 respektive 3 används ett visst ögonblick. Låt X vara antalet terminaler som används ett visst ögonblick. Bestäm sannolikhetsfunktionen för X.

7.15/B912 I en fabrik massproduceras detaljer. Varje tillverkad detalj blir, oberoende av de övriga, defekt med sannolikheten 0.005. Efter tillverkningen förpackas detaljerna (utan kontroll) i kartonger med 100 detaljer i varje. En kartong anses dålig om den innehåller mer än tre defekta detaljer.
a) Beräkna sannolikheten att en kartong är dålig.
b) Beräkna sannolikheten att det i ett parti med 10 000 kartonger finns mer än 25 dåliga.

7.24/9.11 På ett mindre kontor finns fyra telefoner. Antalet ankommande samtal under en viss tidsperiod av 30 min är för respektive telefon oberoende Poissonfördelade stokastiska variabler med respektive parametrar 1, 1, 1 och 0.5. Vad är sannolikheten för att det under tidsperioden ankommer minst tre samtal?

3.20/3.11 Längden av telefonsamtal kan ofta approximativt beskrivas på följande sätt. Sannolikheten att ett samtal varar längre än t minuter är $e^{-\lambda t}$ där λ är en positiv konstant. Låt den stokastiska variabeln X beskriva samtalstiden för ett telefonsamtal.

a) Bestäm X:s fördelningsfunktion.

b) Bestäm X:s täthetsfunktion.

c) Beräkna $P(1 < X \leq 10)$ om $\lambda = 2/3$.

3.29/B504 Beräkna täthetsfunktionen för $Y = 1/X$ om

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2}{1+x^2} & \text{om } x > 0 \\ 0 & \text{om } x \leq 0. \end{cases}$$

6.7/B806 Elförbrukningen (enhet: kWh) vid en kemisk tillverkningsprocess varierar från dag till dag som en s.v. X som är $N(180, 5)$. Beräkna sannolikheten att elförbrukningen är minst 170 kWh samt sannolikheten att den är minst 170 men högst 200 kWh.

6.16/B811 Låt X och Y vara oberoende och respektive $N(150, 3)$ och $N(100, 4)$.
a) Ange fördelningarna för $X + Y$, $X - Y$ och $(X + Y)/2$.
b) Beräkna sannolikheten att $X + Y < 242.6$, sannolikheten att $|X - Y| < 40$ samt sannolikheten att $\left|\frac{X+Y}{2} - 125\right| > 5$.

5.10/B608 I ett kärl med volymen a häller man volymen X av en vätska. (Om $X > a$ så rinner det givetvis ut en del.) Här är X en s.v. med täthetsfunktionen $f_X(x) = (x+1)^{-2}$, $x \geq 0$. Låt Y vara volymen av den vätska som finns i kärlet efter påfyllningen. Beräkna $E(Y)$.

5.14/B612 Den s.v. X är likformigt fördelad i intervallet $(0, 1)$. Beräkna variansen för X^2.

5.27/B703 En person spelar på lotteri varje månad. Hans vinst månad nr i är en s.v. med väntevärdet -0.5 och standardavvikelsen $\sqrt{15}$. Beräkna väntevärde och varians för hans sammanlagda vinst under 12 månader.

6.23/8.15 Livslängden för en viss typ av elektronrör är exponentialfördelad med $\mu = 200$. Ett sådant rör ingår i en radarutrustning som ständigt är i bruk på ett fartyg. När ett elektronrör går sönder byts det genast ut mot ett nytt. Man har 50 sådana elektronrör i lager på fartyget. Livslängden för olika rör för förutsätts vara oberoende. Beräkna en tid t sådan att lagret räcker åtminstone denna tid med sannolikheten 0.9.

7.9/B909 Antag att 48 personer kastar fem mynt vardera och låt X beteckna antalet personer som får antingen fem krona eller fem klave.
a) Vilken fördelning har X?
b) Beräkna $E(X)$ och $V(X)$.
c) Kan normalapproximation användas? Poissonapproximation?
d) Beräkna approximativt sannolikheterna $P(X \leq 3)$ och $P(X > 4)$.

11.3/12.3 *Bestämning av stickprovsstorlek.* För att bestämma halten μ av ett visst ämne i en kemisk lösning används en analysmetod som ger slumpmässiga fel med standardavvikelse $\sigma = 0.5$. Analysmetoden ger inget systematiskt fel. Man skall göra n analyser och skatta μ med medelvärdet $\bar{x}$ av mätvärdena.
Hur många analyser behövs för att få $P(|\overline{X} - \mu| \leq 0.25) = 99$ %? (n blir så stort att centrala gränsvärdessatsen kan användas, vilket innebär att man kan räkna som *om* felen vore oberoende och normalfördelade.)
Redogör för skillnaden mellan $\mu, \bar{x}$ och $\overline{X}$.

11.8/12.11 *Kombination av skattningar.* Låt θ^*_{obs} och $\widehat{\theta}_{\text{obs}}$ vara två oberoende väntevärdesriktiga punktskattningar av θ med de kända varianserna σ_1^2 respektive σ_2^2.
a) Visa att $\widetilde{\theta}_{\text{obs}} = a\theta^*_{\text{obs}} + (1 - a)\widehat{\theta}_{\text{obs}}$ är en väntevärdesriktig punktskattning av θ för alla tal a.
b) För vilket värde på a får man den effektivaste skattningen?

11.24/B1213 Två forskare A och B har genom en stickprovsundersökning skattat andelen färgblinda, p, i en stor population av män. A har valt ut 1000 personer och funnit 77 färgblinda, medan B har undersökt 2000 och funnit 124 färgblinda. Bestäm ML-skattningen av p.

11.15/B1208 Den s.v. X är Rayleigh-fördelad med täthetsfunktionen

$$f_X(x) = (x/a)\, e^{-x^2/2a} \text{ för } x \geq 0,$$

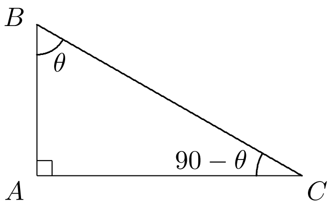
där a är en okänd positiv parameter. Man har ett stickprov $x_1, x_2, \ldots, x_n$ från denna fördelning. Ange ML-skattningen av a.

11.19/12.26 Vinklarna vid B och C i den rätvinkliga triangeln mättes (se figur). Resultat:

B:	61.2	61.4	61.1	
C:	28.9	28.9	28.9	28.8

Mätningarna vid B och C kan anses vara observationer av stokastiska variabler med väntevärden θ re-

spektive $90 - \theta$ och med samma varians σ^2.
a) Skatta med hjälp av MK-metoden vinklarna vid B och C.
b) Undersök om skattningarna är väntevärdesriktiga.
c) Beräkna standardavvikelsen för skattningarna då $\sigma = 0.1$.



11.26/B1216 Vid en undersökning av bostadssökande utvaldes slumpmässigt 50 personer ur bostadskön. Av dessa visade sig 32 stycken redan ha lägenhet (och stod alltså i kö för att få byta).
a) Uppskatta hur stor procent av de bostadssökande som redan har lägenhet.
b) Ange skattningens medelfel om det i bostadskön fanns 100 personer.
c) Samma fråga om det fanns 1000 personer.

12.9/13.6 Ett avståndsinstrument ger mätvärden (enhet: meter) som är oberoende och normalfördelade med väntevärdet μ lika med det sanna avståndet och med den kända standardavvikelsen $\sigma = 5 \cdot 10^{-3}$ meter = 5 mm. Man har gjort 4 mätningar av avståndet mellan två punkter:

$$1132.155 \quad 1132.158 \quad 1132.145 \quad 1132.163.$$

Bestäm ett 95 % konfidensintervall för avståndet μ.

12.13/13.11 Vid en kemisk industri vill man bestämma medelavkastningen (väntevärdet av avkastningen) för en viss kemisk process. Under 10 dagar fick man följande avkastningar (enhet: ton):

$$7.3 \quad 7.2 \quad 7.8 \quad 7.1 \quad 8.0 \quad 6.9 \quad 7.5 \quad 8.1 \quad 7.7 \quad 7.5.$$

Beräkna ett 95 % konfidensintervall för medelavkastningen, under antagandet att avkastningarna kan uppfattas som utfall av oberoende och normalfördelade stokastiska variabler.

12.17/B1308 Med hjälp av ett slumpmässigt stickprov om åtta värden från $N(\mu, \sigma)$, där μ och σ är okända, har man på vanligt sätt beräknat en punktskattning av σ och fått $s = 5.2$. Ange ett 95 % konfidensintervall för σ^2. Lägg märke till intervallets ansenliga bredd!

12.34/B1318 Låt p beteckna relativa frekvensen defekta enheter bland de 100 000 enheter av viss typ som ligger i ett lager. Man tog slumpmässigt ut 1000 enheter för undersökning och fann bland dessa 36 defekta.
a) Bestäm ett 95 % tvåsidigt konfidensintervall för p.
b) Bestäm ett 95 % konfidensintervall för totala antalet defekta enheter i partiet.

12.25/13.25 a) För att undersöka om en viss medicin har som primär biverkan att höja ett visst levervärde mättes detta dels på 50 personer som ej behandlats med medicinen (mätvärden $x_1, \ldots, x_{50}$), dels på 25 patienter som behandlats med medicinen (mätvärden $y_1, \ldots, y_{25}$). Man erhöll

$$\begin{array}{ll} \bar{x} = 148.2 & \bar{y} = 151.7 \\ s_x = 10.0 & s_y = 8.0 \end{array}$$

Bestäm ett 95 % konfidensintervall för skillnaden mellan förväntat levervärde för de två grupperna. Ange alla antaganden om fördelning och oberoende.

b) Resultatet av undersökningen i a) blev dåligt såtillvida att konfidensintervallet blev alldeles för brett för att man skulle kunna dra några intressanta slutsatser. En konsulterad statistiker föreslog att man skulle göra ett nytt försök, i vilket man mätte levervärdet före och efter behandling på 25 patienter (mätvärden x_i respektive y_i, $i = 1, \ldots, 25$). Man erhöll

$$\begin{array}{lll} \bar{x} = 149.0 & \bar{y} = 150.9 & \\ s_x = 8.1 & s_y = 9.5 & s_z = 1.6 \end{array}$$

där $z_i = y_i - x_i$, $i = 1, \ldots, 25$. Bestäm ett 95 % konfidensintervall för skillnaden mellan förväntat levervärde före och efter behandlingen. Ange noga alla antaganden om fördelning och oberoende.

14.3/B1503 För en triod bestämde man anodströmmen I_a (enhet: mA) för några olika gallerspänningar V_g (enhet: volt) varvid anodspänningen V_a hölls konstant på 100 volt. Två oberoende mätningar gjordes för varje inställning av gallerspänningen. Man fick följande värden:

V_g	−4.00	−3.50	−3.00	−2.50	−2.00
I_a	1.0	1.5	3.0	3.9	4.9
	1.3	1.7	2.7	3.4	5.9

Antag att linjär regression föreligger och att mätfelen är normalfördelade. Bilda ett konfidensintervall för rörets branthet (regressionslinjens lutning) med konfidensgraden 0.95.

13.6/B1407 På misstänkta rattfyllerister gjordes tidigare tre bestämningar av alkoholhalten i blodet. Resultaten x_1, x_2 och x_3 antogs utgöra ett slumpmässigt stickprov från $N(\mu, 0.05)$ där μ är den verkliga alkoholhalten (enhet: promille). Om $\mu > 0.5$ har personen gjort sig skyldig till rattonykterhet. Låt oss anta att den domstol som skulle döma, tog hänsyn till osäkerheten i blodproven genom att beräkna aritmetiska medelvärdet x av de tre analysresultaten och därefter förklara personen skyldig till rattonykterhet om

$$\bar{x} > 0.5 + \lambda_{0.01} \cdot 0.05/\sqrt{3}$$

och oskyldig annars. Med statistisk terminologi kan man säga att domstolen testar $H_0 : \mu = 0.5$ mot $H_1 : \mu > 0.5$ på signifikansnivån 0.01. Vilka av följande påståenden ger en någorlunda korrekt beskrivning av vad som hände i det långa loppet?
1. Högst 1 % av alla frikända var skyldiga.
2. Högst 1 % av alla oskyldiga blev dömda.
3. Högst 1 % av alla skyldiga blev frikända.
4. Högst 1 % av alla dömda var oskyldiga.

13.16/B1413 Åtta personer mäter sin egen längd (enhet: cm) morgon och kväll. Resultat:

Person	1	2	3	4	5	6	7	8
Morgon	172	168	180	181	160	163	165	177
Kväll	172	167	177	179	159	161	166	175

Skillnaderna mellan morgon- och kvällsvärdena antas vara ett slumpmässigt stickprov från $N(\mu, \sigma)$. Pröva hypotesen $H_0 : \mu = 0$ mot $H_1 : \mu \neq 0$ på signifikansnivån 0.05.

13.22/B1416 En person har en tärning som han misstänker vara sned, så att den ger sexa alltför sällan.
a) Han kastar den 12 gånger utan att få en enda sexa. Tyder detta på att hans misstanke är riktig?
b) Han kastar den 120 gånger och får sexa 8 gånger. Tyder detta på att hans misstanke är riktig?

13.33/14.23 Antalet tryckfel i första upplagan av en bok ges av följande data:

Antal tryckfel på en sida	0	1	2	> 2
Antal sidor	249	42	9	0

Testa om antalet tryckfel på en sida kan anses vara Poissonfördelat. Välj nivån 5 %.