LÖSNINGSPRINCIPER KONTROLLKRIVNING 4, REPETITIONSKURS 2006

a) Fyra märvärden, $n = 4$. Skatta σ med stickprovsstandardavvikelsen s. Formel för s^2 se formelsamlingen.

b) Standardavvikelsen för $\mu^* = \bar{X}$ är $\sigma/\sqrt{n}$, se t.ex. formelsamlingen avsnitt 11. Enligt a) skattas σ med s. Medelfelet är en skattning av standardavvikelsen, se formelsamlingen. I detta fall är således $s/\sqrt{n} = s/\sqrt{4} = s/2$. Sätt in siffror.

c) Kombinera 11.1 d) och 12.2 i formelsamlingen. Man erhåller intervallet $\bar{x} \pm t_{0.025}(n-1)s/\sqrt{n} = \bar{x} \pm 3.18 \cdot s/2$, eftersom $t_{0.025}(3) = 3.18$. Notera för övrigt att konfidensintervall för μ kan skrivas som $\mu^* \pm k \cdot d(\mu^*)$, k är en t-kvantil och $d(\mu^*)$ är medelfelet. Motsvarande gäller för skillnaden mellan väntevärden.

d) Ett uppåt begränsat konfidensintervall ges av intervallet $(-\infty, \bar{x}+t_\alpha(n-1)s/\sqrt{n})$. I detta fall är $n = 4$ och $\alpha = 0.05$ och därav t-kvantilen $t_{0.05}(3) = 2.35$.

e) Vi har att x är en observation på $X \in \text{Bin}(n, p)$ och således $V(p^*) = V(X/n) = V(X)/n^2 = np(1-p)/n^2 = p(1-p)/n$, varav följer att $D(p^*) = \sqrt{p(1-p)/n}$. Här är p okänt men skattas med p^*_{obs} varför $d(p^*) = \sqrt{p^*_{\text{obs}}(1-p^*_{\text{obs}})/n}$. Sätt in siffror.

f) Konfidensintervall för p ges av $p^*_{\text{obs}} \pm \lambda_{0.025} d(p^*)$, se kursboken eller formelsamlingen konfidensintervall med normalapproximation. Här är det fråga om normalapproximation av binomialfördelningen. Sätt in värden.

g) Om det hypotetiska värdet i H_0 inte tillhör konfidensintervallet förkastas H_0.

h) Skatta σ^2 med den poolade stickprovsvariansen $s^2 = \frac{(n_A-1)s_B^2+(n_B-1)s_B^2}{n_A+n_B-2}$, se formelsammling avsnitt 11. Sätt in värden och dra roten ur resultatet.

i) Man ser att $V(\bar{X}_A - \bar{X}_B) = V(\bar{X}_A) + V(\bar{X}_B) = \sigma^2/n_A + \sigma^2/n_B = \sigma^2(1/n_A + 1/n_b)$, se formelsamling avsnitt 11. Roten ur variansen är standardavvikelsen. i h) skattades σ. Sätt in denna skattning, varefter medelfelet erhålls, dvs $d(\bar{x}_A - \bar{x}_b) = s\sqrt{1/n_a + 1/n_b}$.

j) Ett konfidensintervall erhålls, enligt 11.2 d) och 12.2 i formelsamlingen som $\bar{x}_A - \bar{x}_b \pm t_{0.025}(n_A+n_b-2)s\sqrt{(1/n_a + 1/n_b)}$. Sätt in siffror. Notera att konfidensintervallet kan skrivas $\bar{x}_A - \bar{x}_b \pm t_{0.025} d(\bar{x}_a - \bar{x}_b)$.

k) Nollhypotesen kan skrivas $\mu_a - \mu_b = m_0$. Om värdet m_0 ligger utanför intervallet i j) förkastas hypotesen, annars inte.