Avd. Matematisk statistik

KTH Matematik

KONTROLLSKRIVNING I SF1920/SF1921 SANNOLIKHETSTEORI OCH STATISTIK, FREDAGEN DEN 7:e FEBRUARI 2020 KL 08.00–10.00.
Tillåtna hjälpmedel: miniräknare.
För tillgodoräkning krävs att minst 3 av de 5 deluppgifterna är korrekt lösta. Svara med minst 3 signifikanta siffrors noggrannhet! Svara endast med numeriska svar på den streckade linjen!

Efternamn:

Förnamn:

Personnummer:

Uppgift 1

Vid kontroll av ett parti leksaksbilar visade sig 5% vara dåligt hopsatta och 7% dåligt lackerade medan 4% både dåligt hopsatta och dåligt lackerade. Hur stor är sannolikheten att en på måfå tagen bil är felfri?

Svar: ....

Uppgift 2

Låt $X \in Po(4)$, dvs s.v. X har sannolikhetsfunktionen $p_X(k) = \frac{4^k}{k!}e^{-4}, \; k = 0, 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm $P(X > 1 | X \leq 3)$.

Svar: ....

Uppgift 3

En stokastisk variabel X har täthetsfunktionen

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} & \text{om } -2 < x \leq 0, \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x & \text{om } 0 < x \leq 2, \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Bestäm medianen för X.

Svar: ....

V.G.V.

Uppgift 4

De stokastiska variablelrna X, Y och Z är oberoende.Väntevärdena är $E(X) = E(Y) = E(Z) = 2$ och standardavvikelserna är $D(X) = D(Y) = D(Z) = 3$.

Beräkna $D(3X - 2Y + Z - 2)$.

Svar: ....

Uppgift 5

Den kontinuerliga tvådimentionella s.v. (X, Y) har den simultana täthetsfunktionen

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{9}{8}x^2y^2 & \text{om } 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Bestäm $E(X + Y - XY)$.

Svar: ....

LÖSNINGAR TILL KONTROLLSKRIVNING I SF1920/SF1921 SANNSTAT,
FREDAGEN DEN 7:e FEBRUARI 2020 KL 08.00–10.00.

Uppgift 1

Svar: 0.92
Lösningsförslag: Genom att använda komplementhändelse, sannolikheten att en på måfå tagen bil är felfri är like med $1 - (0.05 + 0.07 - 0.04) = 0.92$.

....

Uppgift 2

Svar: 0.789
Lösningsförslag:

$$
\begin{aligned}
P(X > 1 | X \leq 3) =& \frac{P(\{X > 1\} \cap \{X \leq 3\})}{P(X \leq 3)} \\
=& \frac{P(X = 2) + P(X = 3)}{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)} \\
=& \frac{p_X(2) + p_X(3)}{p_X(0) + p_X(1) + p_X(2) + p_X(3)} \\
=& \frac{\left(\frac{4^2}{2!} + \frac{4^3}{3!}\right)e^{-4}}{\left(\frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!} + \frac{4^3}{3!}\right)e^{-4}} \\
\approx& \ 0.789
\end{aligned}
$$

....

Uppgift 3

Svar: 0.0
Lösningsförslag: Medianen för X är lika med 0, eftersom täthetsfunktionen $f_X(x)$ är en symmetrisk funktion kring noll.

....

Uppgift 4

Svar: $\sqrt{126} \approx 11.225$
Lösningsförslag:

$$
\begin{aligned}
D(3X - 2Y + Z - 2) =& \sqrt{V(3X - 2Y + Z - 2)} \\
=& \sqrt{V(3X - 2Y + Z)} = |X, Y, Z \text{ är oberoende}| \\
=& \sqrt{9V(X) + 4V(Y) + V(Z)} \\
=& \sqrt{9 \cdot 9 + 4 \cdot 9 + 1 \cdot 9} \\
=& \sqrt{126}
\end{aligned}
$$

....

Uppgift 5

Svar: 1.125
Lösningsförslag:

$$\begin{aligned}
E(X+Y-XY) &= \frac{9}{8}\int_0^2 dx \int_0^1 (x+y-xy)x^2y^2dy \\
&= \frac{9}{8}\int_0^2 dx \int_0^1 (x+y)x^2y^2dy - \frac{9}{8}\int_0^2 dx \int_0^1 (xy)x^2y^2dy \\
&= \frac{9}{8}\int_0^2 x^3dx \int_0^1 y^2dy + \frac{9}{8}\int_0^2 x^2dx \int_0^1 y^3dy - \frac{9}{8}\int_0^2 x^3dx \int_0^1 y^3dy \\
&=\frac{3}{2}+\frac{3}{4}-\frac{9}{8} \\
&=\frac{9}{8} = 1.125
\end{aligned}$$

....