Avd. Matematisk statistik

KTH Matematik

TENTAMEN I SF1917/SF1919 SANNOLIKHETSLÄRA OCH STATISTIK,
TORSDAG 21 APRIL 2022 KL 08.00–13.00

Examinator: Mykola Shykula, 08-790 6644.

Tillåtna hjälpmedel: Formel- och tabellsamling i Matematisk statistik (utdelas vid tentamen), miniräknare.

Tentamen består av två delar, benämnda del I och del II. Del I består av uppgifterna 1-12. På denna del skall endast svar anges, antingen i form av ett numeriskt värde med tre värdesiffrors noggrannhet eller i form av val av ett av de möjliga svarsalternativen. Svaren anges på svarsblanketten.
Studenter som är godkända på kontrollskrivningen HT21 behöver ej besvara uppgift 1-3, utan får tillgodoräkna sig dessa tre uppgifter (i svarsblanketten anges ordet Bonus). Studenter som är godkända på den andra datorlaborationen HT21 behöver ej besvara uppgift 12, utan får tillgodoräkna sig denna uppgift (i svarsblanketten anges ordet Bonus). Gränsen för godkänt är preliminärt 9 poäng. Möjlighet att komplettera ges för tentander med 8 poäng.
Del II består av uppgifterna 13-16 och varje korrekt lösning ger 10 poäng. Del II rättas bara för studenter som är godkända på eller får komplettera del I och poäng på del II krävs för högre betyg än E. På denna del skall resonemang och uträkningar skall vara så utförliga och väl motiverade att de är lätta att följa. Införda beteckningar skall förklaras och definieras och numeriska svar skall anges med minst två värdesiffrors noggrannhet. Studenter som är godkända på den andra datorlaborationen HT21 får 3 bonuspoäng på del II.

Tentamen kommer att vara rättad inom tre arbetsveckor från skrivningstillfället och kommer att finnas tillgänglig på studentexpeditionen minst sju veckor efter skrivningstillfället.

Del I

Uppgift 1

Givet $A \subset B$, $P(A) = 0.4$ och $P(B) = 0.7$, beräkna $P(A^\star \cap B)$.

A: 0

B: 0.40

C: 0.30

D: 0.42

Uppgift 2

En diskret stokastisk variabel X har sannolikhetsfunktionen

$$p_X(k) = \begin{cases} 0.05, & |k| = 3, \\ 0.10, & |k| = 2, \\ 0.20, & |k| = 1, \\ 0.30, & k = 0, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

Beräkna $V(X)$.

A: 1.05

B: 0

C: 2.10

D: 0.75

Uppgift 3

Antag att Wilhelm spelar tennis med Hermoine en gång varje dag i en vecka. Sannolikheten att Wilhelm vinner en given dag är $p = 0.12$. Vad är sannolikheten att han vinner minst två dagar (dvs. två eller flera)?

A: 0.536

B: 0.464

C: 0.799

D: 0.201

Uppgift 4

Låt $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ vara oberoende stokastiska variabler fördelade enligt Exp(2). Sätt $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_{100}$ och sök a så att

$$P(Y \leq a) \approx 0.99$$

A: 166

B: 52.3

C: 108

D: 61.6

Uppgift 5

Låt X och Y vara stokastiska variabler så att

$$E(X) = 2, \quad E(X^2) = 6, \quad E(Y) = 1, \quad E(Y^2) = 4 \quad \text{och} \quad E(XY) = 1.$$

Beräkna $V(X - 2Y)$.

A: 18

B: 22

C: 10

D: 14

Uppgift 6

Låt X och Y vara oberoende stokastiska variabler så att $X \sim \text{Po}(3)$ och $Y \sim \text{Po}(4)$. Beräkna sannolikheten att $X + Y = 5$.

Uppgift 7

Låt $X \in U(0, \theta)$ och $Y \in U(0, 2\theta)$ och $Z \in U(0, 3\theta)$ vara tre oberoende stokastiska variabler. Vi har fått utfallen $x = 1$, $y = 4$, $z = 9$.
Beräkna minsta-kvadratskattningen av θ.

A: 2.33

B: 4.67

C: 5.14

D: 6.00

Uppgift 8

Antag att X_1 och X_2 är oberoende stokastiska variabler sådana att $X_1 \in N(\mu, 3)$ och $X_2 \in N(\mu, 2)$. Två skattningar av μ har föreslagits; $\mu^*_{\text{obs}} = \frac{2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2}{5}$ och $\hat{\mu}_{\text{obs}} = \frac{4 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2}{13}$. Vilket av nedanstående påståenden är sant?

A: μ^*_{obs} är den effektivaste skattningen av μ.

B: $\hat{\mu}_{\text{obs}}$ är den effektivaste skattningen av μ.

C: Bägge skattningarna är lika effektiva.

D: Man kan inte avgöra vilken av skattningarna som är effektivast, eftersom minst en av dem inte är väntevärdesriktig.

Uppgift 9

Nio mätningar av en normalfördelad stokastisk variabel ger skattningarna $\mu^*_{obs.} = \bar{x} = 4.9$ och $\sigma^*_{obs.} = s = 0.9$. Konfidensintervallet för μ blev $(3.893, 5.907)$. Vilken konfidensgrad har intervallet?

Uppgift 10

Vi antar att $X \in \mathrm{Exp}(\lambda)$. Nollhypotesen H_0 är att $\lambda = 1$. Mothypotesen H_1 är att $\lambda = 3$. Vi förkastar H_0 till förmån för H_1 om vi observerar ett litet värde x på X. Vi har en observation : $x = \frac{1}{6}$. Bestäm testets p-värde.

A: 0.15

B: 0.39

C: 0.61

D: 0.85

Uppgift 11

Vid ett försök att odla blommor av en viss typ erhölls 120 rosa med gröna stift, 48 rosa med röda stift, 36 röda med gröna stift och 13 röda med röda stift. Enligt botanisk teori skulle proportionerna vara $9 : 3 : 3 : 1$. För att testa denna nollhypotes gjordes ett χ^2-test varvid man fick teststorheten $Q = 1.91$. Vilket av följande påståenden är sant?

A: H_0 kan varken förkastas på risknivån 1% eller risknivån 5%

B: H_0 kan både förkastas på risknivån 5% och risknivån 1%

C: H_0 kan förkastas på risknivån 1%, men inte på risknivån 5%

D: H_0 kan förkastas på risknivån 5%, men inte på risknivån 1%

Uppgift 12

I ett bostadsområde har man undersökt månadskonsumtionen y(kkr) av livsmedel per hushåll mot inkomst x(kkr) per person och funnit följande.
De $n = 25$ observationerna $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ sammanfattas av

$$\overline{x} = 19.407 \quad \overline{y} = 5.6025$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = 325.04 \quad \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) = 76.044 \quad \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 = 43.75.$$

Antag att konsumtionen följer en regressionsmodell, dvs $y_i - (\alpha + \beta x_i)$ beskrivs av en normalfördelning med väntevärde 0 och standardavvikelse σ.
Bestäm α^*_{obs} i regressionslinjen

$$\hat{y}(x) = \alpha^*_{obs} + \beta^*_{obs} x$$

.

A: 1.06

B: 2.99

C: 3.78

D: 5.56

Var god vänd!

Del II

Uppgift 13

Efter ett par dagar med förkylningssymtom bestämmer sig Johanna för att testa sig själv för covid-19 eftersom hon hört på radion den morgonen att runt 1.5% av svenskar just nu beräknas bära på sjukdomen. Hon gör detta med hjälp av ett antigentest (även kallat snabbtest) som hon har liggande hemma. Testet ger ett positivt utslag. Johanna vet dock att dessa test inte alltid är helt tillförlitliga, så hon undersöker instruktionerna som följer med testet och finner detta:

EN Nasal swab, Positive, Negative, Total, Sensitivity, Specificity, Total accuracy **DE** Nasenabstrichtupfer, Positiv, Negativ, Gesamt, Sensitivität, Spezifität, Gesamtgenauigkeit **NL** Neusswab, Positief, Negatief, Totaal, Gevoeligheid, Specificiteit, Totale nauwkeurigheid **FR** Écouvillon nasal, Positif, Négatif, Total, Sensibilité, Spécificité, Précision totale **SV** Nasalt test, Positivt, Negativt, Totalt, Känslighet, Specificitet, Total noggrannhet

Nasal swab	**RT-PCR**		
	Positive	Negative	Total
Positive	168	2	170
Negative	5	262	267
Total	173	264	437
	Sensitivity	**Specificity**	**Total accuracy**
	97,10%	**99,20%**	**98,40%**
	95% CI: [93.4%-99.1%]	95% CI: [97,3%-99,9%]	95% CI: [96,7%-99,4%]

Tabellen beskriver utfallen hos antigentestet (betecknat “Nasal swab”) samt ett PCR-test (betecknat “RT-PCR”) för 437 utvalda prover i en kontrollerad laborationsmiljö. Antag att ett positivt PCR-test är detsamma som att bära på sjukdomen. Givet denna information, vad är sannolikheten att Johanna har insjuknat i covid-19? (10 p)

Uppgift 14

Vaccin förpackas i lådor om tre provrör i varje. Varje provrör kontrolleras före nedpackning och sannolikheten att vaccinet i provröret uppfyller vissa krav är 0.90 oberoende av tidigare undersökta provrör. (Om vaccinet i provröret inte uppfyller kraven hamnar inte det provröret i någon låda.) Låt X beskriva antalet provrör som måste undersökas innan en låda blir fylld. Bestäm $E(X)$ och $V(X)$. (10 p)

Uppgift 15

Enligt en opinionsundersökning publicerad 16 februari angav 458 av de 1066 tillfrågade finländarna att de var för en anslutning till NATO.
Enligt en annan opinionsundersökning publicerad 28 februari angav 732 av de 1382 tillfrågade finländarna att de var för en anslutning till NATO.
Urvalen av tillfrågade kan ses som slumpmässiga stickprov från populationen av alla röststberättigade.
Kan man på risknivån 1% påstå att andelen finländare i väljarkåren som är för en anslutning till NATO har förändrats?
Ange tydligt vilka hypoteser du har och motivera din slutsats. (10 p)

Var god vänd!

Uppgift 16

Två barn har tråkigt under en längre bilsemester (deras föräldrar glömde ladda surfplattan innan avfärd) och roar sig därför med att räkna röda bilar. Bilen åker i mittenfilen på en trefilig motorväg (dvs. en motorväg med tre filer i vardera riktning) så barnet som sitter på vänster sida räknar antalet röda bilar som passerar i filen till vänster medan det andra barnet räknar antaler röda bilar som passeras i filen till höger. De skriver ned antalet bilar efter varje 15-minutersintervall och får följande tabell:

Minuter	0–15	15–30	30–45	45–60	60–75	75–90
Till vänster	4	4	5	4	6	3
Till höger	4	1	5	2	4	1

(Antag att intervallen är exakt 15 minuter långa vardera och att barnen fortsätter räkna bilar under tiden de antecknar.)

(a) En rimlig modell är att antalet röda bilar som passerar under 60 minuter är Poissonfördelat med parameter μ_v och μ_h för vänster respektive höger sida. Beräkna ML-skattningarna för dessa parametrar givet uppgifterna i tabellen ovan. (4 p)

(b) Barnen vill testa hypotesen att röda bilar kör snabbare och därför oftare ligger i vänsterfilen. Pröva nollhypotesen $H_0 : \mu_v = \mu_h$ mot alternativet $H_1 : \mu_v > \mu_h$ med en approximativ signifikansnivå på 5%. (6 p)

Lycka till!

Avd. Matematisk statistik

KTH Matematik

LÖSNINGSFÖRSLAG TENTAMEN I SF1917/SF1919 TILLÄMPAD STATISTIK, TORSDAG 21 APRIL 2022 KL 8.00–13.00.

Del I, Svar:

1. C

2. C

3. D

4. D

5. A

6. 0.128

7. C

8. B

9. 99%-gt

10. A

11. A

12. A

Del I, Lösningsförslag:

Uppgift 1

Då $A \cup A^* = \Omega$ får vi $B = B \cap \Omega = B \cap (A \cup A^*) = (B \cap A) \cup (B \cap A^*)$ där $B \cap A$ och $B \cap A^*$ är oförenliga. Med andra ord får vi

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^*).$$

Utöver detta vet vi att $A \subset B$, vilket get att $B \cap A = A$, så vi har alltså

$$P(B) = P(A) + P(B \cap A^*).$$

Om vi lägger in värdena för $P(A)$ och $P(B)$ samt löser ut $P(B \cap A^*)$ får vi svaret 0.30.

Uppgift 2

Eftersom sannolikhetsfunktionen är symmetrisk kring $k = 0$ har vi att $E(X) = 0$. Vidare har vi då att

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = E(X^2) = 2 \cdot 0.05 \cdot 3^2 + 2 \cdot 0.10 \cdot 2^2 + 2 \cdot 0.2 \cdot 1^2 + 0.3 \cdot 0^2 = 2.10.$$

Uppgift 3

Antalet vinster X över sju dagar är fördelat enligt $\mathrm{Bin}(7, 0.12)$, så vi har

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - \left(\binom{7}{0} \cdot 0.88^7 + \binom{7}{1} \cdot 0.88^6 \cdot 0.12\right) = 0.201.$$

Uppgift 4

För varje X_i har vi $E(X_i) = 0.5$ och $V(X_i) = 0.25$. Detta ger då

$$E(Y) = 100 \cdot 0.5 = 50, \quad V(Y) = 100 \cdot 0.25 = 25 \quad \text{och} \quad D(Y) = \sqrt{25} = 5.$$

Eftersom vi har ett stort antal oberoende stokastiska variabler och beräknar deras summa kan vi använda centrala gränsvärdessatsen som ger att Y är approximativt $N(50, 5)$-fördelat. Med andra ord kan vi approximera Y med $50 + 5Z$ där Z har är den standardiserade normalfördelningen. Vi har alltså

$$\begin{aligned}
P(Y \leq a) &\approx 0.99 \\
P(Y > a) &\approx 0.01 \\
P(50 + 5Z > a) &\approx 0.01 \\
P\left(Z > \frac{a - 50}{5}\right) &\approx 0.01 \\
\frac{a - 50}{5} &= \lambda_{0.01} \\
a &= 50 + 5\lambda_{0.01} \\
&= 50 + 5 \cdot 2.3263 \approx 61.6.
\end{aligned}$$

Uppgift 5

$$\begin{aligned} V(X-2Y) &= E((X-2Y)^2) - E(X-2Y)^2 \\ &= E(X^2 - 4XY + 4Y^2) - 0^2 \\ &= E(X^2) - 4E(XY) + 4E(Y^2) \\ &= 6 - 4\cdot 1 + 4\cdot 4 = 18. \end{aligned}$$

Uppgift 6

Eftersom X och Y är oberoende och fördelade enligt Po(3) respektive Po(4) har vi att summan $X+Y$ har fördelningen Po(7). Detta ger då

$$P(X+Y=5) = \frac{7^5}{5!}e^{-7} \approx 0.128.$$

Uppgift 7

Enligt § 9.2 har vi

$$Q = \sum_{i=1}^{3}(x_i - \mu_i(\mu))^2 = \sum_{i=1}^{3}(x_i - E(X_i))^2 = (1-0.5\theta)^2 + (4-\theta)^2 + (9-1.5\theta)^2$$

$$\frac{dQ}{d\theta} = 0 \Rightarrow 2(1-0.5\theta)*0.5 + 2(4-\theta) + 2(9-1.5\theta)*1.5 = 0 \Rightarrow 18 = 3.5\theta \Rightarrow \theta^*_{obs_{MK}} = \frac{18}{3.5} = 5.14$$

Uppgift 8

$V(\mu^*) = V(\frac{2\cdot X_1 + 3\cdot X_2}{5}) = \frac{1}{25} * V(2\cdot X_1 + 3\cdot X_2) = [\text{ober}] = \frac{1}{25} * (4 * V(X_1) + 9 * V(X_2)) = \frac{1}{25} * (4*9 + 9*4) = \frac{72}{25} = 2.88$

$V(\hat{\mu}) = V(\frac{4\cdot X_1 + 9\cdot X_2}{5}) = \frac{1}{169} * V(4\cdot X_1 + 9\cdot X_2) = [\text{ober}] = \frac{1}{169} * (16 * V(X_1) + 81 * V(X_2)) = \frac{1}{169} * (16*9 + 81*4) = \frac{468}{169} = 2.77$

Eftersom $V(\hat{\mu}) < V(\mu^*)$ så är $\hat{\mu}_{\text{obs}}$ den effektivaste skattningen av μ.

Uppgift 9

Vi har följande konfidensintervall: $I_\mu = \bar{x} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = 4.9 \pm \frac{0.9}{\sqrt{9}} t_{\frac{\alpha}{2}}(8) = (3.893, 5.907)$.
Detta ger att $t_{\frac{\alpha}{2}}(8) = 3.36$. En titt i tab 3 ger då att $\frac{\alpha}{2} = 0.005 \Rightarrow \alpha = 0.01$ dvs. vi har ett 99%-igt konfidensintervall.

Uppgift 10

p-värdet är P(förkastaH_0) om H_0 sann givet det värde på observationen som vi fått.
Dvs. p-värdet är $P(X \leq \frac{1}{6})$ om $\lambda = 1$.

$\Rightarrow P(X \leq \frac{1}{6}) = \int_0^{\frac{1}{6}} f(x)dx$ om $\lambda = 1$.
$\Rightarrow P(X \leq \frac{1}{6}) = \int_0^{\frac{1}{6}} \lambda e^{-\lambda \frac{1}{6}} dx$ om $\lambda = 1$.
$\Rightarrow P(X \leq \frac{1}{6}) = 1 - e^{-\frac{1}{6}} \approx 0.15$.

Uppgift 11

Här har vi test av given fördelning med r = 4 frihetsgrader.
Då ska vi jämföra $Q = 1.91$ med $\chi^2_\alpha(r-1) = \chi^2_\alpha(3)$. $Q = 1.91 < \chi^2_{0.05}(3) = 7.81 < \chi^2_{0.01}(3) = 11.3$.
Dvs. H_0 kan varken förkastas på risknivån 1% eller risknivån 5%

Uppgift 12

Se §13.1

$$\beta^*_{obs} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2} = \frac{76.044}{325.04} \approx 0.23395$$

$$\alpha^*_{obs} = \overline{y} - \beta^*_{obs}\overline{x} = 5.6025 - 0.23395 \cdot 19.407 \approx 1.06$$

Del II

Uppgift 13

Låt A beteckna att ett antigentest visar positivt medan B betecknar att ett PCR-test visar positivt. Vi ansätter följande modell

$$P(A|B) = p \quad \text{och} \quad P(A|B^*) = q,$$

dvs. p är sannolikheten att antigentestet visar positivt given att PCR-testet är positivt medan q är sannolikheten att antigentestet visar positivt givet att PCR-testet är negativt.
För att skatta p och q använder vi resultaten från labbtesten. Eftersom vi har 173 positiva och 264 negativa PCR-test kan vi bilda två stokastiska variabler $X \sim \text{Bin}(173, p)$ och $Y \sim \text{Bin}(264, q)$. Utfallen utläses i tabellen som 168 respektive 2, vilket ger punktskattningarna

$$\hat{p} = 268/173 \approx 0.9711 \quad \text{och} \quad \hat{q} = 2/264 \approx 7.576 \cdot 10^{-3}.$$

Om vi nu återvänder till Johannas resultat så söker vi $P(B|A)$ vilket kan beräknas genom Bayes sats

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|B^*)P(B^*)}.$$

Om vi stoppar in våra skattningar för $P(A|B) = p$ och $P(A|B^*) = q$ samt prevalensen $P(B) = 0.015$ får vi

$$P(B|A) \approx \frac{0.9711 \cdot 0.015}{0.9711 \cdot 0.015 + 7.576 \cdot 10^{-3} \cdot 0.985} \approx 0.661.$$

Uppgift 14

Låt X_1, X_2 och X_3 vara de stokastiska variabler som beskriver antalet provrör som måste undersökas tills ett provrör som uppfyller kraven hittas. Ur uppgiften fås att X_i, $i = 1, 2, 3$, är oberoende och ffg(p)-fördelade med $p = 0.90$, och

$$X = X_1 + X_2 + X_3.$$

Nu är

$$E(X) = E(X_1 + X_2 + X_3) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} + \frac{1}{p} = \frac{3}{p} = \frac{10}{3}$$

och, utnyttjandes oberoendet,

$$V(X) = V(X_1 + X_2 + X_3) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3) = \frac{3(1-p)}{p^2} = \frac{10}{27}.$$

Uppgift 15

Vår modell är att antalet NATO-anhängare är $\text{Bin}(1066, p_1)$ respektive $\text{Bin}(1382, p_2)$.
Våra hypoteser är:$H_0 : p_1 = p_2$,$H_1 : p_1 \neq p_2$
Vi vill beräkna ett 99%-igt konfidensintervall för $p_1 - p_2$. Vi skattar p_1 med $p^*_{1obs} = 458/1066 \approx 0.43$ och p_2 med $p^*_{2obs} = 732/1382 \approx 0.53$. Eftersom $n_i * p^*_{iobs}(1 - p^*_{iobs})$ är ≥ 10 i båda fallen kan vi alltså approximera binomial-fördelningarna med normalfördelningar. Vi får att p^*_{1obs} är approximativt $N(p_1, \sqrt{p_1(1-p_1)/1066})$ och p^*_{2obs} är approximativt $N(p_2, \sqrt{p_2(1-p_2)/1382})$ och ser att $p^*_{1obs} - p^*_{2obs}$ är approximativt

$$N\left(p_1 - p_2, \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{1066} + \frac{p_2(1-p_2)}{1382}}\right)$$

som med approximativa metoden (FS 12.3) ger ett (approximativt) 99%-igt konfidensintervall för $p_1 - p_2$ till

$$p^*_{1obs} - p^*_{2obs} \pm \lambda_{0.005}\sqrt{\frac{p^*_{1obs}(1-p^*_{1obs})}{1066} + \frac{p^*_{2obs}(1-p^*_{2obs})}{1382}} \approx$$
$$\approx 0.43 - 0.53 \pm 2.5758\sqrt{\frac{458 * 608}{1066^3} + \frac{732 * 650}{1382^3}} \approx 0.10 \pm 0.05.$$

Eftersom 0 inte ingår i konfidensintervallet kan vi fökasta $H_0 : p_1 = p_2$ och undersökningen visar alltså att opinionen har förändrats.

Uppgift 16

(a) Eftersom mätdatat sträcker sig över 90 minuter har vi två utfall av de oberoende stokastiska variablerna $X_v \sim \text{Po}(1.5\mu_v)$ samt $X_h \sim \text{Po}(1.5\mu_h)$. Utfallen fås från tabellen som $x_v = 26$ samt $x_h = 17$. Genom invariansegenskapen hos ML-skattningen får vi att ML-skattningarna för μ_v och μ_h är $26/1.5 \approx 17.33$ respektive $17/1.5 \approx 11.33$.
(b) Eftersom $1.5(\mu_v)^*_{\text{obs}} = 26$ och $1.5(\mu_h)^*_{\text{obs}} = 17$ båda är större än 15 kan vi anta att Poissonfördelningarna hos X_v och X_h kan approximeras med normalfördelningar. Vi har då att X_v är approximativt $N(1.5\mu_v, \sqrt{1.5\mu_v})$-fördelat medan X_h är approximativt $N(1.5\mu_h, \sqrt{1.5\mu_h})$-fördelat. Vi får då att stickprovsvariabeln

$$\mu^*_v - \mu^*_h = \frac{X_v}{1.5} - \frac{X_h}{1.5}$$

approximativt har fördelningen

$$N\left(\mu_v - \mu_h, \sqrt{\frac{\mu_v + \mu_h}{1.5}}\right).$$

Medelfelet fås då som

$$D(\mu^*_v - \mu^*_h) = \sqrt{\frac{(\mu_v)^*_{\text{obs}} + (\mu_h)^*_{\text{obs}}}{1.5}} = 2$$

Vi kan nu bilda ett nedåt begränsat approximativt konfidensintervall för $\mu_v - \mu_h$ och får då

$$[(\mu_v)^*_{\text{obs}} - (\mu_v)^*_{\text{obs}} - \lambda_{0.05}D(\mu^*_v - \mu^*_h), +\infty) \approx [2.710, +\infty).$$

Eftersom intervallet inte innehåller noll kan nollhypotesen förkastas.