

Tentamen del 1**SF1511, 2017-06-07, kl 8.00-11.00,**

Numeriska metoder och grundläggande programmering

Namn:

Personnummer:..... Program och årskurs:

Bonuspoäng. Ange dina bonuspoäng från kursomgången HT16-VT17 här:

Max antal poäng på denna del är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng). Endast ett korrekt svar per uppgift. Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på dessa papper. Skriv namn på varje sida.

- (2p) 1. Ekvationen $1 - x + x^2/4 + 3x^3/2 - 3x^4/4 = 0$ har en rot nära -1 och en rot nära 2.

En iteration med Newtons metod och startgissning $x_0 = 1$ ger x_1 lika med:

- | | | | |
|------------------------------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| ☐ 1/2 | ☐ 1 | ☐ 0 | ☐ -3/2 |
| ☐ -1 | ☐ 2 | ☐ -1/2 | ☐ 1/2 |

2. Modellen $y(x) = a \sin(x) + b \cos(x)$ ska anpassas till punkterna i tabellen nedan i minstakvadratmening.

x	0	$\pi / 2$	π
y	1	1.5	0.4

Det leder till det överbestämda ekvationssystemet $A\mathbf{c} \approx \mathbf{y}$ där kolumnvektorn $\mathbf{c}$ ska bestämmas.

- (1p) a) Vilken dimension få matrisen A (rader $\times$ kolumner)?

- | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ☐ 2×2 | ☐ 2×4 | ☐ 3×2 | ☐ 1×3 |
| ☐ 2×3 | ☐ 3×1 | ☐ 3×3 | ☐ 4×2 |

- (2p) b) Vad blir a och b ?

- | | |
|--|--|
| ☐ $a = 1$ och $b = 1.5$ | ☐ $a = 1.5$ och $b = 1$ |
| ☐ $a = 1$ och $b = 0.4$ | ☐ $a = 0.4$ och $b = 1$ |
| ☐ $a = 1.5$ och $b = 0.3$ | ☐ $a = 0.3$ och $b = 1.5$ |
| ☐ $a = 1.5$ och $b = 0.4$ | ☐ $a = 0.4$ och $b = 1.5$ |

Var god vänd

3. Differentialekvationssystemet

$$\frac{d^2y}{dt^2} = z \frac{dy}{dt} + y^2 + t - 3, \quad \frac{dz}{dt} = -z + 2 \frac{dy}{dt} - 1$$

skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer.

(1p)

a) Vad blir n ?

☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ Det är omöjligt att säga.

(1p)

b) Om Eulers metod används för att lösa systemet, hur många begynnelsevärden krävs?

☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ Det är omöjligt att säga.

4. Givet tabellen nedan

x	2	4	7
$y(x)$	4	5	2

(2p)

a. Skatta $y(5)$ med styckvis linjär interpolation. Vad blir skattningen av $y(5)$?

☐ 5 ☐ 3 ☐ 1
☐ 4 ☐ 2 ☐ 0

(1p)

b. Rungesfenomen kan uppträda när man

- ☐ interpolerar med en andragradspolynom
- ☐ interpolerar med polynom av hög grad genom ekvidistanta punkter
- ☐ använder styckvis linjär interpolation
- ☐ använder fler datapunkter än det interpolerande polynomets grad
- ☐ använder minsta kvadratmetoden

Tentamen fortsätter på nästa blad

- (2p) 5. Vi vill uppskatta osäkerheten i funktionsvärdet $F(x, y)$ när argumenten med felgränser är givna enligt

$$x = 10 \pm 0.03, \quad y = 3 \pm 0.01.$$

Till vår hjälp har F beräknats för några olika argument listade i tabellen nedan. Funktionen F antas vara snäll.

$F(x, y)$	$F(10, 3)$	$F(10.03, 3)$	$F(10, 2.99)$	$F(10, 3.01)$
Värde	14.26	14.20	14.31	14.21

En bra skattning av osäkerheten i $F(10, 3)$ är $\pm E_F$ där E_F är

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| ☐ 0.01 | ☐ 0.16 |
| ☐ 0.05 | ☐ 0.17 |
| ☐ 0.06 | ☐ 0.35 |
| ☐ 0.11 | ☐ 14.26 |

- (2p) 6. Lösning av ett fullt ekvationssystem med 100 obekanta tar ca 2–3 sekunder på en gammal dator. Hur lång tid, ungefär, skulle lösning av ett fullt ekvationssystem med 2000 obekanta ta, på samma dator?

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| ☐ 1 min | ☐ 10 timmar |
| ☐ 10 min | ☐ 50 timmar |
| ☐ 30 min | ☐ 1 vecka |
| ☐ 1 timme | ☐ 1 år |
| ☐ 5 timmar | ☐ 100 år |

- (2p) 7. En iterativ metod har använts till att lösa den icke linjära ekvationen $e^x - x \cos(x) = 0$.

Tabellen nedan visar felet e_i vid iteration i

i	1	2	3
e_i	$2.40 \cdot 10^{-2}$	$2.33 \cdot 10^{-4}$	$2.22 \cdot 10^{-8}$

Vilken konvergensordning har metoden?

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| ☐ 1 | ☐ 4 |
| ☐ 2 | ☐ 5 |
| ☐ 3 | ☐ 6 |

Var god vänd

(2p) 8. Givet randvärdesproblemet

$$y'' = x(y + 2) \quad y(0.5) = 2, \quad y(1.5) = 3$$

Med finita differensmetoden och steglängden 0.5 får man $y(1.0)$ till

☐ 1.0

☐ 3.0

☐ 1.5

☐ 3.5

☐ 2.0

☐ 4.0

☐ 2.5

☐ 4.5

(2p) 9. Funktionen nedan är given.

```
function y = foo(x, a)
while a < 3
    a = a + 4;
end
for i=1:2
    if a > x
        a = a - 1;
    else
        x = x - 1;
    end
end
y = a - x;
```

Resultatet av anropet `foo(12, 1)` blir

☐ 1

☐ -1

☐ 5

☐ -5

☐ 11

☐ -11

☐ 12

☐ -12