

Tentamen del 2

SF1511, 2017-06-07, kl 8.00-11.00,

Numeriska metoder och grundläggande programmering

Del 2, Max 50p + bonuspoäng (max 4p).

Rättas endast om del 1 är godkänd.

Betygsgränser inkl bonuspoäng: 10p D, 20p C, 30p B, 40p A.

Svar skall motiveras och uträkningar redovisas. Korrekt svar utan motivering eller med felaktig motivering medför poängavdrag.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

P1.

Differentialekvationen

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \frac{g}{L} \sin(y) + A \sin(t) = 0, \quad g = 9.81$$

beskriver rörelsen hos en stel pendel av längden $L = 2.5$ cm med en drivande periodisk funktion $A \sin(t)$. Utslagsvinkeln för pendeln ges av $y(t)$. Vi skall studera lösningen där $A = 10$, $y(0) = 3$ och $y'(0) = 0$.

- (3 p) **a)** Skriv om differentialekvationen till ett system av differentialekvationer av första ordningen. Svaret ska anges på formen $\mathbf{u}' = \mathbf{F}(t, \mathbf{u})$, $\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0$, där det klart ska framgå vad $\mathbf{u}$, $\mathbf{u}_0$ och $\mathbf{F}(t, \mathbf{u})$ är.
- (2 p) **b)** Skriv en MATLAB-funktion för $\mathbf{F}$ i differentialekvationssystemet i **a**).
- (6 p) **c)** Skriv ett MATLAB-program för att lösa problemet på intervallet 0 till 100 för det givna A -värdet. Programmet skall plotta y' som funktion av y . Ni får använda någon standardrutin i MATLAB för att beräkna lösningen.
- (2 p) **d)** Om du vill ha en noggrannare lösning än den du beräknade i **c**), hur skulle du gå tillväga?

Var god vänd

P2.

Värdet av integralen nedan beror av k :

$$F(k) = \int_2^5 \frac{\cos(kx^2)^2}{k+1} dx$$

- (6 p) **a)** Skriv ett program som approximerar $F(0.5)$, dvs integralens värde då $k = 0.5$. MATLABs inbyggda rutiner ska **inte** användas i denna deluppgift.
- (4 p) **b)** Skriv en MATLAB-funktion som beräknar $F(k)$ där k är funktionens in-parameter.
- (10 p) **c)** Vi vill nu bestämma ett positivt värde på k som löser ekvationen

$$F(k) = k\pi.$$

Ange vilka numeriska metoder som kan/bör användas för att lösa ekvationen och skriv ett MATLAB-program som bestämmer k med de metoder du angivit. Använd funktionen från deluppgift **b)**. (Du får anta att du har en sådan, även om du inte löst deluppgift **b)**).

P3.

Låt

$$\phi(t) = \sin(\omega t)e^{-\sigma t^2}.$$

Parametrarna ω och σ ska bestämmas så att

$$\phi(1) = 0.95, \quad \phi(2) = 0.05.$$

Värdet på ω ska ligga i intervallet $(0, 4)$.

- (2p) **a)** Ställ upp det ickelinjära ekvationssystem som behöver lösas.
- (5p) **b)** Formulera Newtons metod för systemet. Ange explicita uttryck för alla element i de vektor- och matrisvärda funktioner som ingår.
- (3p) **c)** En bra startgissning för ω är 1.57. Ange, med motivering, en bra startgissning för σ .
- (7p) **d)** Skriv ett MATLAB-program som implementerar Newtons metod och beräknar värden på ω , σ som har minst 10 korrekta decimaler.