

Institutionen för Matematik, KTH

Kontrollskrivning 4, SF1523
Analytiska och numeriska metoder för differentialekvationer
den 18/5 2016, 15.15 – 16.00

Beta Mathematical Handbook är tillåtet hjälpmedel.

Råd för att undvika poängavdrag: Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar.

Tre poäng räcker för godkänd kontrollskrivning som ger fyra bonuspoäng till tentamen.

1.(4 poäng) Utböjningen $u(x, t)$ i positionen x vid tiden t i en sträng uppfyller

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 2, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = u(2, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 < x < 2,$$

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2 - x, & 1 < x < 2. \end{cases}$$

där c är en positiv konstant. Variabelseparationsmetoden leder till serien

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\pi ct/2) + B_n \sin(n\pi ct/2)) \sin(n\pi x/2).$$

Bestäm koefficienterna A_n och B_n för $n = 1, 2, 3, \dots$