

SF1541 Kontrollskrivning till Lab2, 14/10

1. Differentialekvationsproblemet

$$\left(1 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right) \frac{d^2z}{dt^2} = 100z, \quad z(0) = 1000, \quad \frac{dz}{dt}(0) = 0$$

(2p) skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer Då blir n...

 1.

 2.

 3.

 4.

 5.

 det är omöjligt att säga

2. En kvadratisk Bezierkurva har följande framställning

$$r(t) = (1-t)^2 p_1 + 2t(1-t)b + t^2 p_2 \quad 0 \leq t \leq 1$$

(3p) med $p_1 = (0, 2)^T$, $p_2 = (5, 3)^T$ och $b = (2, 6)^T$ Tangenten till kurvan i punkten p_1 har riktnings

a.

 $(2, 4)^T$
 $(5, 1)^T$
 $(0.5, -3.5)^T$
 $(-3, 3)$

b. En kubisk Bezierkurva har k st stympunkter, där k är

 1

 2

 3

 4

(3p) 3. En integral $\int_0^1 f(x)dx$ har beräknats med trapetsregeln med olika steglängder h Följande resultat erhöles

h	0.5	0.25
T_h	13.01	13.22

Om de två värdena används till Richardsonextrapolation så blir resultatet

 13.15

 13.44

 13.28

 13.29

 13.20

 13.00

 13.22

(2p) b. Trapetsregeln på $\int_0^1 x^3 dx$ med steglängden $h=0.5$ ger följande resultat

 $1/4$
 $5/16$
 $1/2$
 $9/16$

4. Differentialekvationsproblemet

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2x(y - 2), \quad y(4) = 10; \quad y(8) = 3$$

(2p) diskretiseras med steget $h = 1$. Då erhålls ett ekvationssystem. Hur många ekvationer n har detta system om $y(4)$ och $y(8)$ eliminerats med hjälp av randvillkoren? n är ...

2

7.

3.

8.

5.

det är omöjligt att säga

b. Om andraderivatans ovan approximeras med centraldifferensapproximationen

$$(y(x+h) - 2y(x) + y(x-h))/h^2$$

(2p) så blir vår approximativa lösning noggrann av ordningen p där p är

1

4.

2.

5.

3.

det är omöjligt att säga

(2p) 5. Integralen $\int_0^1 f(x)dx$ med

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^8 + x^4 + x + 10}}$$

skall beräknas. Resultatet är ungefär

0.1

100

0.3

300

3

1000

10

(2p) 6. Trapetsregeln för beräkning av en integral har noggrannhetsordning 2. Detta betyder att

Antalet korrekta decimaler kvadreras vid varje steglängdshalvering

Felet är proportionellt mot steglängden

a. Felet med steglängden $h/2$ är kvadraten av felet med steglängden h

b. Felet är proportionellt mot steglängden i kvadrat

Felet med steglängden $h/2$ är en fjärdedel av felet med steglängden h

Felet är proportionellt mot steglängden i kubik

7. Lösningen till differentialekvationssystemet

$$dx/dt = -2x + y, \quad dy/dt = x - 2y + 3$$

(2p) går mot ett jämviktsläge ($dx/dt=dy/dt=0$) då t växer oberoende av vilka startvärden systemet har. Jämviktsläget är

$x=0, y=0$

$x=1, y=1$

$x=1, y=2$

$x=2, y=1$

$x=2, y=2$