

Bengt Lindberg
100820

LABORATION 1

DN1241, 1243 Numeriska metoder för D och E

MATLAB-introduktion, ekvationslösning, interpolation, differensapproximationer

Sista dag för bonuspoäng, se kursplanen. Kom väl förberedd och med välordnade papper till redovisningen. Båda i labgruppen ska kunna redogöra för teori, algoritmer och resultat!

Några användbara programfiler finns på kursbiblioteket `/info/numd10` på datorn. Kopiera in vad du behöver, byt namn och modifiera efter behov.

Använd flitigt **help**-kommandot i MATLAB. Program är det lämpligt att skriva in som m-filer i editerings-fönstret och sedan köra i MATLAB-fönstret genom att ange filens förnamn.

MATLAB kommer att vara vårt verktyg under hela kursen så ni kan spara mycket tid vid de framtida laborationerna genom att lära er stoffet i denna laboration väl.

Bokför den tid du lägger ned på arbete med laborationerna. Vi är mycket intresserade av att få reda på elevernas arbetsbelastning, så vi vill att du fortlöpande bokför den tid du lägger ned på arbete med labuppgifterna och skriver ned totaltid vid slutredovisning av respektive labuppgift.

MÖ-uppgifterna Följ anvisningarna i häftet MATLAB-övningar (MÖ) med facit, och arbeta igenom så många som möjligt av MÖ-uppgifterna, speciellt nr 1–6, 9–12, 14, 16. Du kommer att ha stor nytta av det i fortsättningen. Uppgifterna behöver ej redovisas.

Om du tycker att det tar alltför lång tid att göra MÖ-uppgifterna, kan du hoppa över några nu. Gå i så fall tillbaka och titta på de resterande rekommenderade uppgifterna senare!

Om du aldrig använt Matlab bör du ägna hela det första labpasset till MÖ-uppgifter. Lös därefter följande uppgifter.

1. Stjärnprydd kaustika

Kaustikakurvan i MÖ16 bestäms av det trigonometriska uttrycket

$$x = \cos^3 \varphi, \quad y = 1.5 \sin \varphi - \sin^3 \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2.$$

Precis där y -värdet är 0.64 ska en stjärna placeras på kaustikakurvan. Det är ett ekvationslösningsproblem som du ska lösa med Newton-Raphsons metod.

Redovisa din matlabkod och en bild med den stjärnförsedda kaustikafiguren.

Uppgift 1 godkänd (datum, lärarsign):

2. Dagens längd i Stockholm

a) Tabellen anger dagslängden under sommarhalvåret. Plotta de sex punkterna och anpassa ett andragradspolynom till punkterna med minstakvadratmetoden.

Månad:	1 april	1 maj	1 juni	1 juli	1 aug	1 sep
Dagnr :	91	121	152	182	213	244
Solen uppe:	13.2	15.8	18.0	18.4	16.6	14.1

Rita polynomkurvan från dag 80 (vårdagjämningen 21 mars) till dag 265 (höstdagjämningen 21 september).

b) Tabellen kompletteras med vinterhalvårets värden:

Månad:	1 jan	1 feb	1 mars	1 okt	1 nov	1 dec
Dagnr :	1	32	60	274	305	335
Solen uppe:	6.1	8.0	10.4	11.4	8.7	6.6

Markera de tolv punkterna i en figur. Ett trigonometriskt uttryck med perioden $T = 365$ (antal dagar under året) bör kunna ge god anpassning:

$$F(t) = c_1 + c_2 \cos \omega t + c_3 \sin \omega t, \text{ där } \omega = 2\pi/T.$$

Undersök detta och rita kurvresultatet (dagligen från nyårsdagen till dag 365) tillsammans med givna data.

Rita också residualvektorns tolv komponenter mot de tolv givna dagnumren. Beräkna felkvadratsumman samt dagens längd på nationaldagen den 6 juni enligt denna modell.

c) Residualvektorn visar periodiska egenskaper och det innebär att modellen bör kunna förbättras till:

$$F(t) = c_1 + c_2 \cos \omega t + c_3 \sin \omega t + c_4 \cos k\omega t + c_5 \sin k\omega t, \text{ där } k \text{ är ett litet heltal.}$$

Om du inte av residualbilden inser vilket det är, kan du pröva dig fram experimentellt. Rita även nu kurvresultat och residual enligt ovan. Felkvadratsumman och nationaldagssoltiden ska anges!

Uppgift 2 godkänd (datum, lärarsign):

Namn: Pers.no:

3. Numerisk derivering Funktionen

$$f(x) = 60x - \frac{(x^2 + x + 0.1)^6}{(x + 1)^6} - 10xe^{-x} \quad x > 0$$

skall deriveras.

- Bestäm derivatan $f'(x)$ analytiskt och skriv en matlabfunktion som beräknar derivatans värde för givet argument.
- Skriv ett matlabprogram som beräknar derivatan numeriskt, dels med framåtdifferens (noggrannhetsordning = 1), dels med centraldifferens (noggrannhetsordning = 2).
- Kontrollera att formeln i a. är korrekt genom att jämföra derivatans värde vid $x = 0.2$ och $x = 1$ med någon av differensapproximationerna i b. Funktionen `flg2.m` är bra att använda här. Använd steget $h = 10^{-6}$ i differensapproximationen. Om du deriverat fel är det läge att korrigera formeln i a.
- Studera felet i differensapproximation av derivatan för de två formlerna i b. Tabellera felet i respektive formel för steglängderna h enligt Matlabsatsen
`for h=[1.E-3 1.E-4 1.E-5 1.E-6 1.E-7 1.E-8 1.E-9 1.E-10 1.E-11 1.E-12 1.E-13]`
 Rita i ett loglog-diagram (`loglog`). Förklara dina resultat!

Uppgift 3 godkänd (datum, lärarsign):

4. **Startgissningar** Gör för hand en grov uppskattning av någon rot till (inget program, ingen kalkylator, inga omfattande numeriska beräkningar)

a. $x^6 + 2x^4 - 2x^2 = 1,000,000$	b. $x - 10^{-3} + x^4 = 0$
c. $x + x^4 = 100$	d. $\frac{1}{x^4} + e^{x-100} = 10000$

5. **Ekvationslösning, Newtons metod** Bestäm två positiva nollställen till ekvationen

$$60x - \frac{(x^2 + x + 0.1)^6}{(x + 1)^6} - 10xe^{-x} = 0 \quad x > 0$$

Nollställena skall bestämmas med relativt fel mindre än 10^{-6} . Skriv ett eget Matlabprogram som använder Newtons metod. Skriv ut så mycket mellanresultat så ni kan besvara följande frågor: Uppvisar iterationerna kvadratisk konvergens? Kan du uppskatta den asymptotiska felkonstanten för de två rötterna. Hur skattas felet? Ange en gräns för felet? Startgissningar bör ni ha fått från tidigare labuppgifter.

Uppgift 5 godkänd (datum, lärarsign):

6. Ickelinjärt ekvationssystem med många lösningar Givet är det icke-linjära ekvationssystemet (Heath)

$$\sin(x) + y^2 + \log(z) = 3$$

$$3x + 2^y - z^3 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^3 = 6$$

Bestäm fyra st reella lösningar med hjälp av Newtons metod. Svårigheten här är att hitta startgissningar så iterationerna med Newton konvergerar mot de olika lösningarna. Ett sätt att göra detta är att eliminera x med hjälp av den andra ekvationen, och därefter definiera en skalär funktion $\phi(y, z)$ som summan av kvadraterna av skillnaden mellan vänster och höger led för de återstående ekvationerna. Funktionen $\phi(y, z)$ är då noll där ekvationssystemet har sina lösningar, och positiv för övrigt. En tredimensionell plot med t.ex. `surf` eller `surfz` kan avslöja de fyra lösningarna. Ekvationerna ger god vägledning till de intervall i y och z -led som är lämpliga. Visa detta. TÄNK! För att rensa bort ointressanta delar av en tredimensionella bild som lagrats i en matris `phi` kan följande trick vara användbart

```
index=(phi>1); phi(index)=inf
```

Då bilden sedan ritas med `surfz` kommer alla delar där $\phi(y, z) > 1$ (annan konstant kan väljas) att utelämnas.

Hela lab 1 GODKÄND:	DATUM:	
	Namn:	
	Pers. No:	
	Ass. Signum:	
	Tidsuppskattning:	