 Namn, pers.nr:..

LABORATION 1

Ekvationslösning, kurvanpassning och interpolation

Vid redovisningen ska båda i laborationsgruppen kunna redogöra för teori, algoritmer och resultat! Var väl förberedda så att varje delredovisning går snabbt och smidigt (kurvor plottade, numeriska resultat noterade). Alla frågor i deluppgifterna ska kunna besvaras! Sista dag för bonuspoäng: se hemsidan!

-1. **Kursregistrering i RAPP**
Logga in på ditt CSC-konto. I ett terminalfönster, gör `course join numi13`. Du kan se rapporterade lab-poäng etc. i RAPP.

0. **MÖ-uppgifterna** (Redovisas EJ)
Om du känner dig osäker på MATLAB gör "Inledande laboration : bekanta dig med MATLAB", som finns på hemsidan.
Arbeta igenom så många som möjligt av MÖ-uppgifterna men prioritera uppgifterna 1-5 och 9-12. Du hittar MÖ-uppgifterna på kurshemsidan.
Om du tycker att det tar alltför lång tid att göra dem, kan du hoppa över några nu. Men gå i så fall tillbaka och titta på de resterande MÖ-uppgifterna senare!

1. **Linjärt ekvationssystem**
Lös det linjära ekvationssystemet $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ i MATLAB:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Beräkna i MATLAB residualvektorn $\mathbf{b} - \mathbf{Ax}$.
Notera svaret nedan. Varför blir inte residualvektorn exakt lika med noll?
Lösning samt svar:

2. **Icke-linjär skalär ekvation med Newtons metod**
Bestäm de två positiva rötterna till ekvationen:

$$f(x) = 60x - \left(x + \frac{0.1}{x+1}\right)^6 - 10xe^{-x} = 0$$

Rötterna ska bestämmas med RELATIVFEL mindre än 10^{-6}. Skriv ett MATLAB-program som använder Newtons metod. Rita först funktionen $f(x)$ i två delfönster. I första delfönstret ritas $f(x)$ på ett intervall $[0, a]$ där a väljs så att man tydligt ser var den mindre av de två rötterna ligger. I det andra delfönstret ritas $f(x)$ på ett större intervall $[0, A]$ så att man tydligt ser var den större av de två rötterna ligger. Använd subplotkommandot `subplot(21j)` för att rita i det j-te delfönstret. Bägge graferna ska ha lämplig rubrik. Skriv ut plotbilden på papper.
Skriv ut så mycket mellanresultat att du kan besvara följande frågor:
a) Hur ser vi kvadratisk konvergens?
b) Hur uppskattar du relativfelet i beräknade nollställe-approximationer?

Uppgift 1 och 2 godkända (datum, lärarsign): ....

Följande fyra deluppgifter (3,4,5,6) redovisas muntligt. Tid för redovisning bokas på kursens hemsida
`http://www.csc.kth.se/utbildning/kth/kurser/DN1240/numi12/`

3. **Löparbana med sekantmetoden**

   En ellipsformad 400-meters löparbana ska anläggas på en plan som är 160 meter lång. Hur bred plan krävs? Lös med sekantmetoden och använd Ramanujans formel för omkretsen.

   Den indiske självlärde matematikern Srinivasa Ramanujan (1887–1920) föreslog följande approximativa formel för ellipsens omkrets:

$$O_{Ramanujan} = \pi(a+b)\left(1 + \frac{3c}{10+\sqrt{4-3c}}\right) \quad \text{där } c = \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}.$$

   och a och b är ellipsens halvaxlar.

4. **Dollarkursen** På kurshemsidan finns finns en datafil som innehåller dollarkursen $usd(t)$, där t är dagnummer, per dag från 1:a jan 2009 till 31:a dec 2010,
   `http://www.csc.kth.se/utbildning/kth/kurser/DN1240/numi13/dollarkr0910.txt`
   a) Läs in filen i MATLAB, till exempel med hjälp av kommandot load, e.g.

   ```
   > load dollarkr0910.txt
   ```

   och plotta data. Anpassa nu en linjär modell, $f(t) = c_1 + c_2 t$, till dollarkursen, genom att ställa upp och lösa lämpliga linjära ekvationssystem för de okända c_i. Det är OK att använda backslash i Matlab för att lösa det överbestämda systemet, men var beredd att förklara vad normalekvationerna är och hur de löser problemet. Plotta data (som punkter) tillsammans med den anpassade kurvan (som en kurva). Hur mycket steg eller föll dollarkursen i medel per dag under denna period (enligt modellen)? Plotta felet mellan modell och data, $E(t) = usd(t) - f(t)$. Beräkna medelfelet ME, förstamomentet M_1 och medelkvadratfelet MSE

$$ME = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} E(t) \tag{1}$$

$$M_1 = \sum_{t=1}^{N} t \cdot E(t) \tag{2}$$

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} E(t)^2 \tag{3}$$

   Vad borde ME och M_1 bli enligt teorin för minstakvadratproblem?
   b) Felet $E(t)$ i a) tycks vara periodiskt. Anpassa därför följande modell till samma data:

$$f(t) = c_1 + c_2 t + c_3 \sin(2\pi t/L); L = 423$$

   Plotta resultatet och undersök hur mycket medelkvadratfelet minskade.
   c) (frivillig uppgift) På kurshemsidan finns en datafil med euro/dollar-kursen för en längre period,
   `(...)/numi13/dollareuro0710.txt`

   Analysera denna tidsserie! Igen finns det en periodisk komponent, så försök anpassa samma modell som i b). Notera att värdet på L är okänt! Skriv ett program som provar en sekvens av olika L och söker efter det som gör att modellen beskriver data bäst.

5. **Hitta bästa cirkel till givna punkter**
   a) Sex punkter är givna: $(-2,\ 2)$, $(-1,\ 5)$, $(2,\ 4)$, $(-1,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(3,\ 1)$. och vi vill finna den bäst anpassande cirkeln.
   Lös med minstakvadratmetoden det överbestämda ekvationssystem som erhålls då cirkelns ekvation skrivs enligt MÖ 12:
   $c_1 + c_2 x + c_3 y = x^2 + y^2$.

Härled (med papper och penna) denna linjära formel ur cirkelns vanliga ekvation $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ och ange uttrycket för radien (*redovisas!*). Rita upp punkterna och cirkeln.
b) Utnyttja grafisk inmatning (se MÖ 9) och klicka tio punkter ungefärligen runt en cirkel. Beräkna och rita bästa cirkel tillsammans med de tio punkterna. Om programmet i a) skrivits på ett bra sätt är detta en enkel modifikation av det programmet.

6. **Interpolation**
Givet temperaturkurvan på web-adressen
`http://www.csc.kth.se/utbildning/kth/kurser/DN1240/numi10/svalbard.gif`
I denna deluppgift ska ni prova olika typer av interpolation för att anpassa en kurva till mätdata baserade på temperaturkurvan. Börja med att läsa av temperaturvärdena T var tredje timme från kl 24.00 t.o.m. kl 24.00. Vi har nu en tabell av nio tid- och Temp.-värden $(t_i, T_i), i = 1, 2, ..., 9$.
Gör nu följande interpolationsalternativ
a) Styckvis linjär interpolation
b) Interpolation med ett polynom av gradtal åtta
c) Splineinterpolation
d) Styckvis kubisk Hermiteinterpolation
I uppgift a) behöver endast `plot` användas. För de övriga deluppgifterna används funktioner som finns i MATLAB-biblioteket: `polyfit, polyval, spline` och `pchip`. För att se hur de anropas, använd `help`. Vilka extra villkor används i ändarna i kubiska splines-fallet?
Plotta mätvärdena (de nio avlästa) och resultatet av interpolationen i fyra delfönster med hjälp av `subplot`. Alla fyra graferna ska ha lämplig rubrik samt variabelbeteckningar på axlarna.

Laboration 1 redovisad och helt klar! Datum: ....

Godkänd av ....