KTH Matematik

Namn: ....

Personnummer:.. **Program och årskurs:** ....

Tentamen del 1
Numeriska metoder gk II SF1545
9.00-12.00 18/1 2014

Gränsen för betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng)

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på detta papper.

Bonus. Ange dina bonuspoäng här:

1. (2p) Antag att funktionen $y : [5, 9] \to \mathbb{R}$ har värdena $y(5) = 13$ och $y(9) = 29$. Linjär interpolation ger följande approximation av $y(6)$:

- ☐ 10
- ☐ 11
- ☐ 12
- ☐ 13
- ☐ 14
- ☐ 15
- ☐ 16
- ☒ 17
- ☐ 18
- ☐ 19
- ☐ 20
- ☐ 21

2. (2p) Anta att höjden och basen i en triangel har 2% relativt fel. Välj det alternativ som bäst approximerar det maximala relativa felet för triangelns area.

- ☐ 0.04%
- ☐ 1%
- ☐ 2%
- ☒ 4%
- ☐ 6%
- ☐ 8%
- ☐ 10%

3. (2p) Fixpunktiterationerna $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{5}{2x_n}$ med startpunkt $x_0 = 2$ konvergerar mot fixpunkten

- [ ] 1
- [ ] $\sqrt{2}$
- [ ] $\sqrt{3}$
- [ ] 2
- [x] $\sqrt{5}$
- [ ] $\sqrt{6}$
- [ ] $\sqrt{7}$

4. (3p) Den räta linje $y = ax + b$ som i minstakvadratmening bäst approximerar mätpunkterna $(x_i, y_i),\ i = 1, 2, 3$ i tabellen

x	1	2	4
y	1	2	3

(2p) har a lika med

- [ ] 5/14
- [ ] 1/2
- [x] 9/14
- [ ] 11/14
- [ ] 13/14
- [ ] 15/14
- [ ] något annat.

(1p) Uttrycket som minimeras av metoden är

- [ ] $\sum_{i=1}^{3}(b + a/x_i - y_i)^2$
- [x] $\sum_{i=1}^{3}(b + ax_i - y_i)^2$
- [ ] $\sum_{i=1}^{3}(b + a/y_i - x_i)^2$
- [ ] $\sum_{i=1}^{3}(a + bx_i - y_i)^2$
- [ ] $\sum_{i=1}^{3}(b + a(y_i - x_i))^2$
- [ ] $\sum_{i=1}^{3}(b \cdot y_i a \cdot x_i)^2$
- [ ] något annat

5. (2p) Ett steg med Eulermetoden för approximation av $y'(0.1)$, där $y''(t) = -y(t)$ och $y(0) = 1$ och $y'(0) = 0.1$, ger värdet

- [x] 0
- [ ] 0.05
- [ ] 0.1
- [ ] 0.15
- [ ] 0.2
- [ ] 0.25
- [ ] 0.3
- [ ] något annat

6. (2p) Mittpunktsmetoden med två intervall tillämpad på $\int_0^1 x^2 dx$ ger värdet

- ☐ 1/4
- ☐ 1/2
- ☐ 1/3
- ☐ 9/32
- ☒ 5/16
- ☐ 7/32
- ☐ 3/8
- ☐ något annat

7. (2p) Differentialekvationen $y'(t) = -5y(t)$ för $t > 0$ med begynnelsevärdet $y(0) = 10$ approximerad med (framåt) Eulermetoden är instabil om och endast om steglängden Δt uppfyller

- ☒ $\Delta t > 0.4$
- ☐ $\Delta t < 0.4$
- ☐ $\Delta t > 0.3$
- ☐ $\Delta t < 0.3$
- ☐ $\Delta t > 0.2$
- ☐ $\Delta t < 0.2$
- ☐ $\Delta t > 0.1$
- ☐ $\Delta t < 0.1$

8. (2p) Vi önskar hitta en lösning till ekvationen $f(x) = 0$, där den kontinuerliga funktionen f uppfyller $f(0) = 0.1$ och $f(10) = -15$. Då vet man att:

- ☐ Newtons metod med startgissning $x_0 = 0$ kommer att konvergera.
- ☐ Sekantmetoden med startvärdena $x_0 = 0$, $x_1 = 10$ kommer att konvergera.
- ☒ Intervallhalveringsmetoden med initiala intervallet $[0, 10]$ kommer att konvergera.
- ☐ Det saknas lösning i intervallet $[0, 10]$.
- ☐ Det finns endast en lösning i intervallet $[0, 10]$.

9. (3p) Ett steg med Newtons metod tillämpad på ekvationssystemet

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1.0, \\ xy &= 0.1, \end{aligned}$$

och startvärdet $x = 1$, $y = 0$ ger (x, y) lika med

- ☐ $(1.0, -0.1)$
- ☒ $(1.0, 0.1)$
- ☐ $(0.1, 1.0)$
- ☐ $(0.9, -0.1)$
- ☐ $(1.0, 0.0)$
- ☐ $(-0.9, 0.1)$