KTH Matematik

Namn: ....

Personnummer:.. **Program och årskurs:** ....

Tentamen del 1
Numeriska metoder SF1545
8.00-11.00 13/3 2014

Gränsen för betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng). Kontrollskrivningens resultat räknas ej på denna omtentamen, dvs denna del 1 måste göras och godkännas för betyg E-A.
Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på detta papper.

Bonus. Ange dina bonuspoäng från kursomgången HT13 här:

1. (2p) Iterationerna

$$x_{n+1} = \frac{2x_n + 1}{x_n + 2}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

med startpunkten $x_0 = 0$ konvergerar mot

- [x] 1
- [ ] $\sqrt{2}$
- [ ] 2
- [ ] 1/10
- [ ] 1/2
- [ ] 1/5
- [ ] 1/4
- [ ] $1/\sqrt{2}$

2. (2p) Felgränsen för $z = 3x^2y^3$ där $x = 1.00 \pm 0.02$ och $y = 1.00 \pm 0.03$ ges approximativt av

- [ ] 0.01
- [ ] 0.06
- [ ] 0.02
- [ ] 0.09
- [ ] 0.03
- [ ] 0.22
- [ ] 0.05
- [x] 0.4

3. (2p) Funktionen $f(t)$ har följande tabellvärden:

t	0.98	0.99	1.00	1.01	1.02
f	5.328	5.382	5.436	5.492	5.546

En approximation till $f'(0.99)$ är

- ☐ 0.27
- ☐ 0.54
- ☐ 0.81
- ☐ 1
- ☐ 2.7
- ☒ 5.4
- ☐ 8.1
- ☐ 10

4. (3p) Den räta linje $y = ax + b$ som i minstakvadratmening bäst approximerar mätpunkterna (x_i, y_i), $i = 1, 2, 3$ i tabellen

x	0	1	3
y	1	2	3

(2p) har b lika med

- ☐ 7/6
- ☒ 8/7
- ☐ 9/8
- ☐ 8/9
- ☐ 7/8
- ☐ 6/7
- ☐ något annat

(1p) Uttrycket som minimeras av metoden är

- ☐ $\sum_{i=1}^{3}(b + a/x_i - y_i)^2$
- ☒ $\sum_{i=1}^{3}(b + ax_i - y_i)^2$
- ☐ $\sum_{i=1}^{3}(b + a/y_i - x_i)^2$
- ☐ $\sum_{i=1}^{3}(a + bx_i - y_i)^2$
- ☐ $\sum_{i=1}^{3}(b + a(y_i - x_i))^2$
- ☐ $\sum_{i=1}^{3}(b \cdot y_i a \cdot x_i)^2$
- ☐ något annat

5. (3p) Två steg med metoden Euler framåt och stegländen $\Delta t = 0.1$ för begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{aligned} y''(t) + y(t) &= 1\,, \;\; t > 0 \\ y(0) = y'(0) &= 0 \end{aligned}$$

ger $y'(0.2)$ approximationen

- [ ] 0.1
- [x] 0.2
- [ ] 0.3
- [ ] 0.4
- [ ] 0
- [ ] -0.1
- [ ] -0.2
- [ ] -0.4

6. (2p) Trapetsmetoden med två intervall tillämpad på $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$ ger värdet

- [ ] 3/4
- [ ] 4/5
- [ ] 5/6
- [ ] 6/7
- [ ] 1/2
- [ ] 7/10
- [x] 17/24
- [ ] något annat

7. (2p) Ett steg med Newtons metod tillämpat på ekvationen $f(x) = 0$, där

$$f(x) = x - \frac{1}{1 + x^2}$$

och startgissningen är $x = 1$, ger nollstället approximationen

- [x] 2/3
- [ ] 3/4
- [ ] 4/5
- [ ] 5/6
- [ ] 6/5
- [ ] 5/4
- [ ] 4/3
- [ ] något annat

8. (2p) Minsta kvadratanpassning med polynom av grad fyra till sex mätpunkter ger normalekvationerna $A^T Ax = A^T b$ där matrisen $A^T A$ har dimensionen

- ☐ 4×6
- ☒ 5×5
- ☐ 6×4
- ☐ 5×6
- ☐ 4×4
- ☐ 6×5
- ☐ 6×6
- ☐ något annat

9. (2p) Om Gausseliminering av ett fullt ekvationssystem med 100 obekanta tar en tiondels sekund, hur lång tid tar då ungefär lösning av systemet med 2000 obekanta och samma dator?

- ☐ 0.2 s.
- ☐ 100 s.
- ☐ 0.5 s.
- ☐ 500 s.
- ☐ 1 s.
- ☒ 800 s.
- ☐ 2 s.
- ☐ 1000 s.
- ☐ 50 s.
- ☐ 16000 s.