Hemuppgift 3, SF1861 Optimeringslära för T, VT-11

Kursansvarig: Per Enqvist, tel: 790 6298, *penqvist@math.kth.se*.

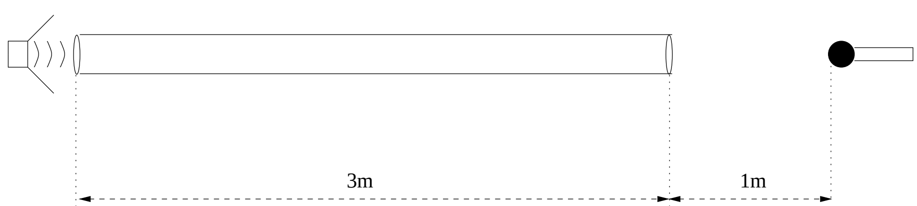
Assistenter: Johan Markdahl, *markdahl@math.kth.se*,
Johan Thunberg, *jthu02@kth.se*.

I denna uppgift är samarbete tillåtet i grupper om högst två personer. Endast en rapport per grupp skall lämnas in. Matlabkod och utskrifter ska bifogas. Svaren på frågorna skall finnas i rapporten, inte i Matlabkoden eller utskrifter.
Det är inte tillåtet att kopiera någon annan grupps rapport!
Ange namn, personnummer och e-postadress på rapportens framsida.
Rapporten, utskriven på papper, lämnas till någon av ovannämnda personer senast måndagen den 16:e maj 2011, innan kl 15.
Vissa studenter kommer, delvis slumpmässigt, att väljas ut för enskild muntlig redovisning av uppgifterna. Kallelse sker via e-post, så kontrollera regelbundet denna. Korrekt löst och redovisad uppgift ger fyra hemtalspoäng.

Denna laboration syftar dels till att presentera en tillämpning av optimering inom ljud och vibrationer, dels till att du skall få lösa ett ickelinjärt optimeringsproblem med hjälp av Matlab.

Idén om optimeringen av en ljuddämpare kommer från HP. Wallin och Urmas Ross, och jag passar här på att tacka för all deras hjälp med denna uppgift.

Betrakta referensobjektet i figur 1, där ett plexiglasrör med diametern 50 mm används för att modellera ett avgasrör. En högtalare används för att generera en insignal och en mikrofon mäter utsignalen.



Figur 1: Ett referenssystem bestående av en rak kanal.

Systemet kan beskrivas med hjälp av 4-polsteori. För referenssystemet (rakt rör) ges T-matrisen av

$$T_{ref} = \begin{bmatrix} T_{1,1}^{ref} & T_{1,2}^{ref} \\ T_{2,1}^{ref} & T_{2,2}^{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL) & iZ\sin(kL) \\ i\sin(kL)/Z & \cos(kL) \end{bmatrix}$$

där $L = 3m$ och Z är den akustiska impedansen.

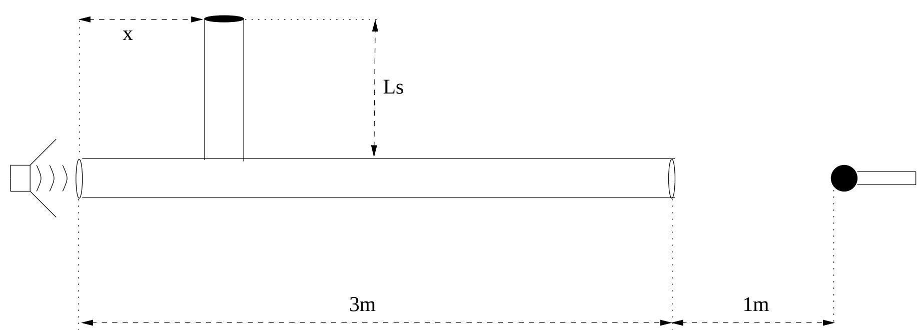
När man tar hänsyn till källimpedansen Z_K och avslutningsimpedansen Z_L får vi

$$D_{ref} = 20 \log \left| T^{ref}_{1,1} Z_L + T^{ref}_{1,2} + T^{ref}_{2,1} Z_K Z_L + T^{ref}_{2,2} Z_K \right| .$$

Ljudkällans belastningsimpedans Z_K har uppmätts för en rad frekvenser och dessa är givna i filen `Loudspeaker_ZK.mat` som man kan läsa in i Matlab genom att skriva `load Loudspeaker_ZK.mat`, varvid värdena sparas som variabeln `Z_source` för frekvenserna i `f`. Värdena för frekvensen `frek` kan nu approximeras genom att interpolera dessa mätvarden, vilket i matlab görs genom `ZK=interp1(f,Z_source,frek)/S`.

Avslutningsimpedansen vid mynningen Z_L kan bestämmas med hjälp av programmet `FreeSpaceZ.m` som finns på hemsidan.

Vi kommer att designa en så kallad sidogrensljuddämpare. Betrakta ljuddämparen till avgasröret som illustreras i Figur 2. Ett sidorör av längd L_s appliceras på plexiglasröret med avståndet x meter till ljudkällan.



Figur 2: En ljuddämpare bestående av en rak kanal och en sidokanal.

Vi tillämpar 4-polsteori igen.

Första raka kanalens T-matris

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos(kx) & iZ\sin(kx) \\ i\sin(kx)/Z & \cos(kx) \end{bmatrix}.$$

Sidogrenens T-matris

$$T_{sf} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ S_s/Z_s & 1 \end{bmatrix}.$$

Andra raka kanalens T-matris

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos(k(L-x)) & iZ\sin(k(L-x)) \\ i\sin(k(L-x))/Z & \cos(k(L-x)) \end{bmatrix}.$$

Totalt för ljuddämparen fås nu en T-matris som ges av

$$T = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} \\ T_{2,1} & T_{2,2} \end{bmatrix} = T_1 T_{sf} T_2,$$

det ger

$$D_x = 20 \log |T_{1,1} Z_L + T_{1,2} + T_{2,1} Z_K Z_L + T_{2,2} Z_K| \,.$$

Insatsisoleringen ges nu av $D_{IL} = D_x - D_{ref}$ och denna beskriver dämpningen som uppstår p.g.a. sidoröret jämfört med den dämpning som sker för referenssystemet.

Numeriska värden och sorter på några konstanter i problemet:

- $\rho_0 = 1.21$ densitet (kg/m^3)
- $c = 343$ ljudhastighet (m/s)
- $e_\eta = 0.006$ förlustfaktor [luftförlusterna i sidogrenen]
- $c_s = c(1 + ie_\eta/2)$ ljudhastighet i sidogrenen (m/s)
- $a = 0.05/2$ kanalens (rörets) radie (m)
- $S = \pi a^2$ kanalens tvärsnittsarea (m^2)
- $L = 3.0$ längden på systemet (m)
- $S_s = S$ sidogrenens tvärsnittsarea (m^2)
- x position för sidogrenen (m) [$x = 0$ vid ljudkällan]
- f_s frekvens (Hz) [den ton som skall dämpas]
- L_s kvartsvågresonatorns längd, $0.1 - 1.5$ (m)
- $k = 2\pi f_s/c$ vågtal $(1/m)$
- $k_s = 2\pi f_s/c_s$ vågtal i sidogrenen $(1/m)$
- $Z = \rho_0 c/S$ akustisk impedans $(kg/m^4/s)$
- $Z_s = -i\rho_0 c_s \cot(k_s L_s)$ sidogrenens inimpedans $(kg/m^2/s)$
- $Z_K = Z_{source}/S$ källimpedans $(kg/m^4/s)$
- Z_L avslutningsimpedans $(kg/m^2/s)$ [fritt fält]

Nu kommer vi till vad du ska göra. För en insignal av given frekvens f_s skall längden L_s på sidogrenen och avståndet x till högtalaren bestämmas så att insatsisoleringen D_{IL} maximeras, d.v.s. ni ska betrakta det icke-linjära problemet:

$$\begin{aligned} \text{maximera} \quad & D_{IL}(x, L_s) \\ \text{då} \quad & x \in (0.1, 2.9) \\ & L_s \in (0.1, 1.5) \end{aligned} \tag{1}$$

Låt frekvensen för den signal du ska designa ljuddämparen för ges av

$$f_s = 100p_1 + 10p_4 + p_6,$$

med $p_i = 10 - n_i$ där n_i betecknar den i:te siffran i ditt personnummer. (Exempel: Med personnumret 830912-7456 så blir $f_s = 218$.)
Ni ska lösa problemet för båda era frekvenser $f_s^{(1)}$ och $f_s^{(2)}$, och jämföra resultaten.

(a) Lös det icke-linjära optimeringsproblemet (1). Problemet är inte konvext och därför så kan man hitta olika lokalt optimala lösningar till problemet beroende på vilka startlösningar man använder.

Prova några olika startlösningar och jämför målfunktionsvärdena för de olika lokala maxpunkterna. När du tror att du hittat en globalt optimal lösning, hur förhåller sig då längden L_s på sidogrenen relativt din insignalsfrekvens f_s ?

För att lösa problemet kan ni använda er av Matlabs optimeringsprogram `fmincon`.

För att få lite information om vad som händer i optimeringsprogrammen kan man skicka med följande parameter

```
options=optimset('Display','iter','Diagnostics','on')
```

Det kan även rekommenderas att man ritar upp målfunktionen, som ju beror på två variabler, och på så sätt åskådliggör problemets egenskaper.

(b)

Nu ska vi generalisera problemet lite. Antag att det nu kan monteras två stycken sidorör på det ursprungliga röret. Vi ska nu försöka placera dessa och välja deras längd så att vi får så bra dämpning som möjligt för de båda frekvenserna $f_s^{(1)}$ och $f_s^{(2)}$. (Om du arbetar ensam eller $|f_s^{(1)} - f_s^{(2)}| < 20$ så väljer du $f_s^{(2)} = f_s^{(1)} + 20$)

Om vi minimerar för den första frekvensen får vi en optimal placering och längd, och gör vi det för den andra så får vi en annan placering och längd. Nu vill vi att det ska bli så bra dämpning som möjligt för båda frekvenserna med samma ljuddämpare, därför så väljer vi att maximera den minsta av de båda dämpningarna. Om vi inför en ny variabel κ som är mindre än båda dämpningarna så är målet alltså att maximera κ.

Detta problem kommer att ha ännu fler lokala optima, så det kommer att bli ännu viktigare att välja en bra startpunkt. Utgående från dina lösningar i (a), välj 4 olika startlösningar och jämför de lösningarna du får.

Presentera den bästa av dessa som din lösning. Hur stor dämpning får du då för frekvenserna $f_s^{(1)}$ och $f_s^{(2)}$.

Lycka till!