



KTH Matematik

Tentamen i 5B1574 Portföljteori och riskvärdering
Måndagen den 15 januari, 2007, klockan 8.00 – 13.00

Examinator: Ulf Brännlund, tel 790 73 20.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare tillhandahållen från institutionen.

OBS! Personnummer skall anges på försättsbladet. Endast en uppgift på varje blad.
Numrera sidorna och skriv namn på varje blad!

Totalt kan 50 poäng erhållas.

1. Skissa i en figur det principiella utseendet på det “uppnåliga” området i (σ, \bar{r}) -planet för Markovitz-modellen under följande förutsättningar:

(a) Det finns ingen riskfri investering. Det är tillåtet att blanka (dvs sälja ett värdepapper som man inte har). (1p)

I (b),(c) och (d) är det viktigt att ni visar relationen till figuren i (a). Detta kan t.ex. göras genom att kalkera lösningen i (a) till ett nytt blad.

(b) Som i (a) men det är inte tillåtet att blanka. (1p)

(c) Som i (a) med tillägget att man kan låna in och låna ut (riskfritt) till räntan r_f (1p)

(d) Som i (a) med tillägget att man kan låna ut till den riskfria räntan r_f och låna in till räntan r_u ($r_u > r_f$). (2p)

(e) I CAPM-modellen har den s.k. marknadsportföljen en central roll. Rita in denna i din figur i (c). Redogör för vad som utgör marknadsportföljen och för argumentet för dess placering i figuren i (c). (3p)

(f) Vad är det centrala resultatet i CAPM om hur förväntade avkastningar förhåller sig till förväntad marknadsavkastning och den riskfria räntan? (2p)

2. Betrakta en “CAPM-ekonomi” med tre riskabla tillgångar betecknade 1, 2 och 3. Tillgång 1 utgör 20%, tillgång 2 40% och tillgång 3 40% av marknaden. Kovariansmatrisen (modulo en skalfaktor) mellan de tre tillgångarna är

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1/2 \\ 1 & 4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Antag att $\bar{r}_1 = 6\%$ och att avkastningen på den riskfria tillgången är 5%. Bestäm \bar{r}_2 och \bar{r}_3 (10p)

3. I ett litet land med en mycket begränsad obligationsmarknad finns det fem stycken obligationer O_i , $i = 1, \dots, 5$. Data om dessa fem obligationer återfinns i nedanstående tabell:

Obligation	Pris		Utbetalning			
	idag	1 jan 2008	1 jan 2009	1 jan 2010	1 jan 2011	1 jan 2012
O_1	104.75	110	-	-	-	-
O_2	107.42	10	110	-	-	-
O_3	96.15	5	5	105	-	-
O_4	97.5	6	6	6	106	-
O_5	71.63	-	-	-	-	100

- (a) Är obligationsmarknaden arbitragefri? (6p)
 (b) Är obligationsmarknaden komplett? (4p)

4. Betrakta en 20 årig obligation med ett nominellt belopp på 1000 kronor och en kupongränta (en kupong per år) som är 10 % minus den korta räntan för motsvarande år, dvs kupongräntan c_k som betalas ut i slutet av år k ges av $c_k = 10\% - r_k$, där r_k är räntan som betalas på ett ett-års lån under år k .

En sådan obligation kallas på engelska för en "inverse floater", där den korta räntan typiskt ges av t.ex. LIBOR räntan (London Interbank Offered Rates).

En normal 20 årig obligation med 6% kupongränta handlas till priset 1150 kronor medan en normal 20 årig obligation med 4 % kupongränta handlas till priset 700 kronor. De kvasi-modifierade durationerna för 6% respektive 4% obligationen är 11 respektive 13.

- (a) Vad är priset på den ovan beskrivna obligationen (the inverse floater)? .. (5p)
 (b) Definiera den relativa priskänsligheten på en obligation som

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{d\lambda},$$

där λ betecknar storleken på parallella shift i yield-kurvan. Antag att obligationen har sålts första gången och att därmed r_1 är känd. Vad är den relativa priskänsligheten på den ovan beskrivna obligationen (the inverse floater)? (5p)

5. Tage, som genom ett mirakel lyckats komma över total en förmögenhet på 1 miljon kronor, står inför möjligheten att investera i ett oljeletningsprojekt i Sydostasien. Detta projekt är synnerligen riskabelt men kan också ge en kraftig förräntning på Tages kapital om man lyckas hitta olja. Tage har tillsammans med trovärdiga konsulter bedömt sannolikheten att man lyckas till 0,2. I den händelse att man hittar olja kommer varje krona som Tage satsar att förräntas med en faktor 10, medan ett misslyckande innebär att Tage förlorar hela det satsade beloppet.

Tage har också möjlighet att sätta in pengarna på banken (riskfritt) till 0 procents ränta.

De ovannämnda konsulterna har lyckats övertyga Tage om att han bör räkna med att hans preferens för pengar kan representeras med nyttofunktionen $\log(x)$, där x står för Tages förmögenhet i miljoner kronor.

- (a) Är Tage riskaversiv, riskneutral eller risksökande? (1p)
- (b) Hur mycket av sitt kapital skall Tage investera i oljeletningsprojektet? ... (4p)
- (c) Ett försäkringsbolag erbjuder Tage att ta på sig risken för projektet och betala för varje krona som Tage satsar d_1 kronor om projektet lyckas, och d_2 kronor om det misslyckas. Bestäm det rimliga priset på denna försäkring. (5p)