



KTH Matematik

**Tentamen i 5B1574 Portföljteori och riskvärdering  
Fredagen den 26 augusti 2005 kl. 14.00–19.00**

*Examinator:* Ulf Brännlund, tel. 790 73 20.

*Tillåtna hjälpmedel:* Penna, linjal och radergummi samt av institutionen utlånad miniräknare.

*Lösningsmetoder:* Motivera dina slutsatser ordentligt. Om du använder andra metoder än de som lärts ut i kursen måste du förklara mycket nogga.

*OBS!* Personnummer skall anges på försättsbladet. Endast en uppgift på varje blad. Numrera sidorna och skriv namn på varje blad!

På tentamen kan maximalt 50 poäng erhållas. Dessutom kan maximalt 4 poäng tillgodoräknas från laborationerna. Totalt 24 poäng ger säkert godkänt.

---

1. (“Teori”)

- (a) Redogör för vad som menas med ett koherent riskmått. Var nogga med att definiera vad beteckningarna som du använder står för. .... (4p)
- (b) Formulera två-fondssatsen. Var nogga med att ange vilka förutsättningarna som måste gälla för att satsen skall vara giltig. .... (2p)
- (c) Bevisa två-fondssatsen. .... (4p)

2. Tage skall välja mellan två stycken investeringar. Den ena investeringen kostar 100 Mkr nu och ger 180 Mkr första året men innebär nettobetalningar (kostnader) på 17 Mkr andra året och 66 Mkr tredje året. Den andra investeringen kostar 100 Mkr nu och ger 110 Mkr första året, 20 Mkr andra året och 10 Mkr tredje året.

- (a) Beräkna nuvärdet av respektive investering vid kalkylränta 10%. Vilken av investeringarna är att föredra med detta kriterium? .... (4p)
- (b) Beräkna internräntan för det andra projektet. (Noggrannheten behöver inte vara större än en halv procentenhet.) .... (3p)
- (c) Är internräntan för det första projektet väldefinierad? Motivera ditt svar noggrant. .... (3p)

3. Tuvas investeringsbeslut bestäms av nyttofunktionen

$$u(x) = b - be^{-ax}$$

där  $x$  är Tuvas förmögenhet.

- (a) Under vilka förutsättningar på  $a$  och  $b$  är nyttofunktionen rimlig och Tuva riskavvisig? Antag fortsättningsvis att dessa förutsättningar är uppfyllda. .... (1p)

- (b) För Tuvas årsbonus erbjuder hennes arbetsgivare ett val mellan ett fast belopp och ett belopp som kan betraktas som en stokastisk variabel  $X$ . Ta fram ett uttryck för den säkra ekvivalenten för  $X$ , dvs det minsta belopp som Tuva skall ha säkert för att avstå  $X$ . ..... (3p)
- (c) Tuva bestämmer sig för att ta  $X$ , men pga en mindre indiskretion förlorar hon denna bonus. Hon bestämmer sig därför för att köpa en motsvarighet till  $X$  genom att investera i bolagets aktier och andra värdepapper för egna pengar. Bestäm ett uttryck för hur mycket hon som mest skulle vara villig att betala för att få  $X$ . ..... (3p)
- (d) Tuva bestämmer sig för att inte köpa denna motsvarighet utan går istället till Solvalla för att pröva lyckan. Hon överväger att satsa en slant på sin favoritkuse. Denna vinner med sannolikheten  $p$  och om den vinner så kommer hon att vinna  $o$  gånger det belopp hon satsar. Vinner inte hästen så förlorar Tuva sin insats. Hur mycket bör Tuva satsa? ..... (3p)
4. Tage har fått en idé till en ny process för produktion av så kallade bränsleceller, en teknik som anses ha stor potential att revolutionera fordonstrafiken i framtiden. Tage, som ju är en uppfinnare till yrket, har inga planer på att själv tillverka bränsleceller, utan planerar att sälja idén om ett år när den är färdigutvecklad till priset  $p$ , med förväntat värde  $\bar{p} = 2$  Mkr. Tage tror dock att detta pris kommer att bero på hur det går för bilindustrin det närmaste året, eftersom denna är den troliga köparen av Tages process. Tage har därför genom att studera aktiemarknaden för bilindustrin kommit fram till att priset  $p$  är korrelerat med marknadsavkastningen på följande vis:  $E(p - \bar{p})(r_M - \bar{r}_M) = 1.5\sigma_M^2$  Mkr.
- Tage är just i färd med att börja utvecklingen av denna idé men behöver investera i diverse testutrustning och prototyper. Idag skattar Tage dessa initiala kostnader till antingen 1,2 Mkr eller också 1.8 Mkr (med lika sannolikhet och oberoende av  $r_M$ ) beroende av om man med Tages befintliga utrustning lyckas tillverka tillräckligt tunna palladiumskikt eller inte. Antag att den riskfria räntan är 4% och att den förväntade marknadsavkastningen är 25%.
- (a) Vad är den förväntade avkastningen på Tages projekt? ..... (2p)
- (b) Vad är beta-värdet för detta projekt? ..... (5p)
- (c) Är detta ett acceptabelt projekt baserat på CAPM kriteriet? ..... (3p)
5. En pensionsfond har precis betalat några av sina betalningsförpliktelser och är därför inte längre fullt immuniserad. Man har bestämt att i stället för att ändra i obligationsportföljen, så skall man ingå ett terminskontrakt på en statsobligation och på så sätt immunisera portföljen mot parallella shift på nollkupongskurvan (spoträntan). Använd följande data för att bestämma hur många sådana terminskontrakt man skall ingå. .... (10p)

- Årliga spoträntor är: 0.05, 0.052, 0.055, 0.058, 0.061. Du får anta att dessa är årligt diskonterade eller kontinuerligt diskonterade beroende på vilket du tycker är lättast att räkna med.
- Betalningsförpliktelser: \$1.1 miljoner om 1 år, \$ 2.4 miljoner om 2 år, och \$3.9 miljoner om 3 år.
- Dagens obligationsportfölj: Nollkupongsobligationer som förfaller om 2 år. Nuvärdet av dessa överensstämmer med nuvärdet på betalningsförpliktelserna.
- Hedgen skall konstrueras genom att ingå terminskontrakt på en nollkupongsobligation som förfaller om 5 år med leveransdatum om 1 år.