KTH Matematik

**Tentamen i 5B1574 Portföljteori och riskvärdering**
**Torsdagen den 12 januari 2005 kl. 8.00–13.00**

*Examinator:* Ulf Brännlund, tel. 070 68 933 38.

*Tillåtna hjälpmedel:* Penna, linjal och radergummi samt av institutionen utlånad miniräknare.

*Lösningsmetoder:* Motivera dina slutsatser ordentligt. Om du använder andra metoder än de som lärts ut i kursen måste du förklara mycket noga.

*OBS!* Personnummer skall anges på försättsbladet. Endast en uppgift på varje blad. Numrera sidorna och skriv namn på varje blad!

På tentamen kan maximalt 50 poäng erhållas. Dessutom kan maximalt 4 poäng tillgodoräknas från laborationerna. Totalt 24 poäng ger säkert godkänt.

---

**1.** (a) Redogör för vad som menas med ett koherent riskmått. Var noga med att definiera vad beteckningarna som du använder står för. .................. (4p)

(b) Är Value-At-Risk ett koherent riskmått? Motivera ditt svar. ............. (2p)

(c) Formulera och bevisa en-fondssatsen. Var noga med att förklara alla förutsättningar och argumenten i beviset. ......................................... (4p)

**2.** Tage skall välja mellan två stycken investeringar. Den ena investeringen kostar 100 Mkr nu och ger avkastningen 40 Mkr första året, och 40 Mkr andra året och 40 Mkr tredje året. Den andra investeringen kostar 100 Mkr nu och ger 100 Mkr första året, 10 Mkr andra året och 5 Mkr tredje året.

(a) Beräkna nuvärdet av respektive investering vid kalkylränta 5%. Vilken av investeringarna är att föredra med detta kriterium? ........................ (4p)

(b) Beräkna internräntan för de båda projekten. (Noggrannheten behöver inte vara större än en halv procentenhet.) Vilket av projekten är att föredra med denna metod? ................................................................ (4p)

(c) Är internräntorna för de båda projekten väldefinierade? Motivera ditt svar. (2p)

**3.** I tabellen nedan finns priser och Fisher-Weil durationer för några obligationer.

| Löptid (år) | Pris (%) | Duration (år) | Kupongränta (%) |
|---|---|---|---|
| 2 | 105.4 | 1.93 | 5 |
| 2 | 95.7 | 2.00 | 0 |
| 4 | 104.7 | 3.74 | 4 |
| 4 | 89.6 | 4.00 | 0 |
| 6 | 117.5 | 5.20 | 6 |
| 6 | 84.4 | 6.00 | 0 |

Riksbanken funderar nu på att ge ut en obligation som betalar en kupongränta om 5% de första 2 åren och 6% de efterföljande 2 åren och 7% de därpå följande åren. Bestäm pris och duration för en sådan obligation. ........................... (10p)

**4.** (Markovitzmodellen) Antag att det finns fyra stycken tillgångar med $\bar{r}_1 = 0.05$, $\bar{r}_2 = 0.10$, $\bar{r}_3 = 0.08$ och $\bar{r}_4 = 0.06$. Det relaxerade Markovitzproblemet,

$$\min_w \frac{1}{2} w^T C w - \lambda \bar{r}^T w - \mu(1,\, 1,\, 1,\, 1)w,$$

med multiplikatorn $\lambda = 1$ för avkastningsvillkoret och multiplikatorn $\mu = 0$ för andelsvillkoret har lösningen $w_1 = 0.15$, $w_2 = 0.125$, $w_3 = 0.15$ och $w_4 = 0.075$. Om man i stället använder multiplikatorerna $\lambda = 0$ och $\mu = 1$ får man $w_1 = 0.8$, $w_2 = 0.3$, $w_3 = 0.5$ och $w_4 = 0.4$.

(a) Bestäm de portföljvikter som motvarar den portfölj som har lägst varians. (2p)

(b) Bestäm en portfölj som har så låg varians som möjligt bland de portföljer som har förväntad avkastning $\bar{r} = 0.08$. ..................................... (3p)

(c) Antag att det finns en riskfri investering och att $r_f = 0.05$. Bestäm en effektiv portfölj som bara består av riskabla tillgångar. .......................... (5p)

**5.** En option för att få byta ut en av företag A:s aktier mot en av företag B:s aktier vid tidpunkten $T$ kan beskrivas som om den betalar ut beloppet $\max(S_T^B - S_T^A, 0)$ vid tidpunkten $T$, där $S_T^A$ och $S_T^A$ betecknar aktiekurserna för de olika aktierna vid tidpunkten $T$. En sådan option kallas en Margarbeoption. En dag läser du i tidningen följande prisuppgifter:

En köpoption på en A aktie med tillslagspriset 100 kronor vid $T$ har priset 23 kronor.

En säljoption på en A aktie med tillslagspriset 100 kronor vid $T$ har priset 11 kronor.

En köpoption på en B aktie med tillslagspriset 100 kronor vid $T$ har priset 30 kronor.

En säljoption på en B aktie med tillslagspriset 100 kronor vid $T$ har priset 8 kronor

En option för att få byta en A aktie mot en B aktie har priset 5 kronor.

Antag att du både kan gå kort och lång till dessa priser, existerar i så fall arbitrage? Om svaret är nej, motivera varför, och om svaret är ja, illustrera *tydligt* en arbitragemöjlighet. .......... (10p)

*Lycka till!*