



KTH Matematik

Tentamen i 5B1574 Portföljteori och riskvärdering
Tisdagen den 19 oktober 2004 kl. 14.00–19.00

Examinator: Ulf Brännlund, tel. 790 73 20.

Tillåtna hjälpmedel: Penna, linjal och radergummi samt av institutionen utlånad miniräknare.

Lösningsmetoder: Motivera dina slutsatser ordentligt. Om du använder andra metoder än de som lärts ut i kursen måste du förklara mycket noga.

OBS! Personnummer skall anges på försättsbladet. Endast en uppgift på varje blad. Numrera sidorna och skriv namn på varje blad!

På tentamen kan maximalt 50 poäng erhållas. Dessutom kan maximalt 4 poäng tillgodoräknas från laborationerna. Totalt 24 poäng ger säkert godkänt.

1. Låt $s(t)$ vara spot-räntekurvan vid kontinuerlig sammansättning (ränta-på-ränta), dvs nuvärdet av 1 krona som erhålls vid tiden t är $e^{-s(t)t}$. För $t_1 < t_2$ låt $f(t_1, t_2)$ vara "forward"-räntan som impliceras av spoträntekurvan.

(a) Bestäm $f(t_1, t_2)$ (2p)

(b) Låt $r(t) = \lim_{h \downarrow 0} f(t, t + h)$ beteckna den momentana korta räntan. Uttryck $r(t)$ som funktion av $s(t)$ (3p)

(c) Beräkna pris och Macauleyduration för en 3 årig 5%-obligation som handlas till yelden 4%. (5p)

2. På en liten obligationsmarknad finns fyra stycken obligationer. Utbetalningarna och priserna förknippade med dessa obligationer finns i tabellen nedan.

Obligation	Utbetalning				Pris
	År 1	År 2	År 3	År 4	
1	105	0	0	0	84
2	35	35	35	0	63
3	10	10	110	0	58
4	30	30	30	30	51

Finns det arbitrage på denna marknad? Om svaret är ja, finn en arbitragemöjlighet, om svaret är nej, motivera ditt svar noga. (10p)

3. Antag att världen kan befinna sig i fyra tillstånd imorgon. Sannolikheten för vardera av dessa dessa tillstånd och avkastningen på ett värdepapper X och på marknadsportföljen M framgår av tabellen nedan.

Tillstånd	Sannolikhet	Avkastning på X	Avkastning på M
1	0.25	30 %	20%
2	0.25	15 %	10%
3	0.25	5 %	5%
4	0.25	-10 %	-5 %

Antag att CAPM gäller.

- (a) Vad är den riskfria räntan på denna marknad? (6p)
- (b) Antag att någon erbjuder ett värdepapper som betalar en utdelning på 100 kronor om något av tillstånden 1 eller 2 inträffar, och 0 kronor om tillstånd 3 eller 4 inträffar . Vad borde detta värdepapper ha för pris enligt CAPM? (4p)
4. Antag att nollkupongsräntorna i Sverige och i USA är konstanta och lika med 4% respektive 5% med årligt sammansatt ränta. Företaget BAB har ingått ett swap kontrakt där BAB erhåller 6% ränta årligen i svenska kronor och betalar 6.5% ränta i USD. De olika principalbeloppen är 100 Mkr, respektive 15 MUSD. Kontraktet löper över tre år. Den aktuella växelkursen är 8 kronor/USD. Beräkna swappens värde i kronor.(10p)
5. ("Teori") Antag att avkastningarna på n stycken värdepapper, $r_i, i = 1, \dots, n$, kan beskrivas av en enkel faktormodell med m stycken faktorer på följande sätt:

$$r_i = a_i + \sum_{j=1}^m b_{ij} f_j,$$

där a_i och b_{ij} är konstanter, $m < n$, och r_i och f_j är stokastiska variabler. Visa att då finns det konstanter λ_0 och $\lambda_j, j = 1, \dots, m$ sådana att

$$\bar{r}_i = \lambda_0 + \sum_{j=1}^m b_{ij} \lambda_j, i = 1, \dots, n.$$

Var noga med att du klargör det grundläggande antagandet för satsens giltighet. Du får använda följande lemma från linjär algebra: Om $Ax = 0$ medför att $c^T x = 0$ så gäller att $c = A^T y$ för något y(10p)

Lycka till!