



KTH Matematik

Tentamen i 5B1574 Portföljteori och riskvärdering
Torsdagen den 19 oktober, 2006, klockan 14.00 – 19.00

Examinator: Ulf Brännlund, tel 790 73 20.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare tillhandahållen från institutionen.

OBS! Personnummer skall anges på försättsbladet. Endast en uppgift på varje blad.
Numrera sidorna och skriv namn på varje blad!

Totalt kan 50 poäng erhållas.

1. Låt $s(t)$ vara spot-räntekurvan vid kontinuerlig sammansättning (ränta-på-ränta), dvs nuvärdet av 1 krona som erhålls vid tiden t är $e^{-s(t)t}$. Antag att en obligation betalar ut beloppen x_{t_i} vid tidpunkterna t_i , $i = 1, \dots, n$.
 - (a) Skriv upp ett uttryck för priset på denna obligation. (1p)
 - (b) Skriv upp ett uttryck för den s.k. Fisher-Weil durationen D_{FW} (2p)
 - (c) Hur hänger Fisher-Weil durationen ihop med obligationens relativa priskänslighet för absoluta förändringar (skift) av spoträntekurvan. (2p)
 - (d) Antag nu att spoträntekurvan gör "relativa skift" dvs $s(t)$ ändras till $s(t)(1+\lambda)$. Ta fram ett uttryck för obligationens priskänslighet för små sådana förändringar. (5p)

2.
 - (a) ("Teori") Redogör för den s.k. förväntningshypotesen när det gäller nollkuponskurvans utseende. (5p)
 - (b) En förvaltares betalningsförpliktelser framgår av nedanstående tabell jämte utbetalningarna från tre stycken obligationer i vilka denne kan investera i syfte att kunna möta betalningsförpliktelserna. I tabellen finns också priserna för obligationerna angivna.

Datum	Betalning Obl. 1 (kr)	Betalning Obl. 2 (kr)	Betalning Obl. 3 (kr)	Betalnings- förpliktelse (Mkr)
1 jan 2007	9	5	7	10
1 jan 2008	109	5	7	20
1 jan 2009		105	7	50
1 jan 2010			7	50
1 jan 2011			7	50
1 jan 2012			107	50
Pris	106.80 kr	102.90 kr	103.90 kr	

Formulera en linjärprogrammeringsmodell (men lös inte) för s.k. cash-matching för denne förvaltare. Motivera dina val av målfunktion och bivillkor. (5p)

3. Antag att du har möjligheten att investera i två stycken aktier som är 1) oberoende och som antingen kommer att dubblas i värde med sannolikheten 1/2 eller tappa hälften av deras värde med sannolikheten 1/2 i varje period framöver. Du har också möjligheten att med en del av din förmögenhet låta bli att investera överhuvudtaget.
- (a) Bestäm en "buy and rebalance"-strategi som maximerar den förväntade tillväxten ("growth rate"). (5p)
- (b) En annan person som har nyttofunktionen $u(w) = -w^{-2}/2$ (w betecknar förmögenhet i kronor), har möjligheten att investera i ovannämnda aktier endast över en period. Antag att denna person har en initial förmögenhet på 100 000 kr. Bestäm personens säkra ekvivalent (certainty equivalent) för denna möjlighet. (5p)
4. Antag att det endast finns tre stycken tillgångar med avkastningarna r_1 , r_2 och r_3 . Kovariansmatrisen och de förväntade avkastningarna ges av

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{r} = \begin{bmatrix} 6\% \\ 5\% \\ 2\% \end{bmatrix}.$$

- (a) Bestäm den portfölj som har lägst varians. (3p)
- (b) Bestäm en enkel parametrisering av portföljerna på den effektiva fronten. (4p)
- (c) Antag nu att det också finns en placering till den riskfria räntan $r_f = 1\%$. Bestäm nu alla portföljer på den effektiva fronten. (3p)
5. (a) ("Teori") Redogör för vad som menas med ett koherent riskmått. (4p)
- (b) Tage har två positioner i två stycken olika värdepapper, X och Y , vilka båda har en normalfördelad vinst med väntevärde 5 Mkr respektive 7 Mkr och standardavvikelse på 10 Mkr respektive 12 Mkr. Korrelationen mellan dessa två papper är -0,1. Beräkna Tages 5%-Value-at-Risk. (6p)

Normalfördelningstabell: $P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$.

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986