Laborationsuppgift 1
Tillämpad optimeringslära för MMT (5B1722)

Februari 2004

Avdelningen för Optimeringslära och Systemteori
Institutionen för Matematik
Kungliga Tekniska Högskolan
Stockholm

Allmän information

Laborationen utgör ett obligatoriskt moment i kursen. Den syftar till att ge praktisk träning på genomgångna teoriavsnitt. Laborationen består av tre dellaborationer som tar upp linjär- och heltalsprogrammering samt olinjära problem.

Redovisning

Laborationerna ska utföras individuellt eller i grupper om **högst** två personer. Varje laboration ska redovisas skriftligt.

Anvisningar för rapporter:

- Rapporterna skall inledas med ett försättsblad där gruppmedlemmarnas namn, personnummer och e-postadress tydligt skall anges.
- Rapporterna skall vara skrivna m.h.a. ett lämpligt ordbehandlingsprogram, inte för hand.
- Den MATLAB-kod som har använts för att lösa problemen skall ingå i rapporten (lämpligen som en bilaga).
- Innehållet skall vara sådant att en annan person som går kursen men ej är bekant med laborationsuppgiften skall kunna läsa rapporten och lätt förstå följande:
    1. Vad är problemet? Bakgrunden till att man vill lösa detta problem. Detta innebär *inte* att man skall skriva av uppgiftens beskrivning, utan att man skall göra en lämplig sammanfattning av nödvändig information, som behövs för att förstå problemställningen.
    2. Hur gruppen valt att överföra problemet till en matematisk problemformulering. Vilka antaganden har gjorts? Om dessa antaganden kan antas påverka lösningen bör detta påpekas.
    3. Vad är lösningen till det uppställda optimeringsproblemet? Om det bedöms nödvändigt, skall den matematiska lösningen återföras till den icke-matematiska problemformuleringens terminologi.
- De flesta uppgiftslydelserna innehåller ett antal frågor vilka skall besvaras i rapporten. Svaret på dessa *skall* tydligt framgå i rapporten. De bör dock på ett naturligt sätt vävas in rapporten och inte radas upp i en “svarslista”.

- Ett förslag på lämplig uppläggning av rapporten är följande:
  1. Eventuellt en kort inledande sammanfattning.
  2. Problembeskrivning och bakgrundsinformation.
  3. Matematisk formulering.
  4. Resultat och analys (tolkningar av resultat).
  5. Ett avslutande avsnitt med sammanfattning och slutsatser.

Vi förbehåller oss rätten att kräva muntlig redovisning om vi finner det lämpligt.

Det förutsätts att Ni inom gruppen egenhändigt skriver den MATLAB-kod och rapport som efterfrågas. Det betraktas som **fusk** att kopiera andra gruppers MATLAB-kod, lösningar eller rapporter.

Dator

Laborationerna utförs på dator enligt eget önskemål.

Frågor

Frågor om laborationerna besvaras av:
Claes Trygger (trygger@math.kth.se, tel 790 4919) och Stefan Feltenmark (stefanf@math.kth.se).

1 Linjär programmering

Ett företag tillverkar bland annat de båda produkterna A och B. Tillverkningen utgörs av momenten stansning, pressning och svetsning. Produktionsförutsättningarna framgår av nedanstående tabell.

Avdelning	Stans	Press	Svets
Antal utrustningar tillgängliga för respektive moment	1	1	2
Maximal utnyttjandetid per dag och utrustning (tim)	8	8	8
Kapacitet per utrustning för produkt A (enh/tim)	500	250	250
Kapacitet per utrustning för produkt B (enh/tim)	200	500	125

Täckningsbidraget per tillverkad och försåld enhet av produkt A är 2.20 kr och av produkt B 4.10 kr. Av marknadsmässiga skäl bör tillverkningen av produkt A ej överstiga 1800 enheter per dag och av produkt B ej överstiga 1500 enheter per dag. Vidare vill man att antalet tillverkade enheter av produkt B ska vara minst 20 procent av totalt antal tillverkade enheter.

Man önskar nu bestämma ett tillverkningsprogram, som med hänsyn till givna förutsättningar maximerar det totala bidraget.

a) Formulera ovanstående som ett LP-problem.

b) Lös problemet med MATLAB-programmet `alps` som finns att hämta på kursens hemsida (man behöver också `simple` som anropas av `alps`). Studera dokumentationen, som även den finns på kursens hemsida, för dessa koder.

Hur mycket ska man tillverka av respektive produkt per dag? Hur stort blir då det totala täckningsbidraget?

c) Formulera det duala problemet och lös det med `alps`. Verifiera att primala och duala målfunktionsvärdena blir lika. Kan man identifiera duallösningen med någon parameter angiven i det primala problemets lösning i (1b)?

d) Antag att företaget kan beordra övertid på stansavdelningen. Vad får övertiden högst kosta per timme för att det totala täckningsbidraget inte ska minska vid ett övertidsuttag? Ledning: Använd lösningarna i (1b) och (1c).

Vad är motsvarande högsta kostnad för press- och svetsavdelningen? Om man bara kan beordra övertid på *en* avdelning och kostnaden för övertid är samma vid de olika avdelningarna, vilken avdelning bör man då välja?

e) Hur många timmars övertid per dag kan man ta ut på stansavdelningen till den högsta kostnad du angivit i (1d) för denna avdelning utan att det totala täckningsbidraget minskar? (Man tar här hänsyn till den extrakostnad som övertiden innebär.) Ledning: Utför analys på duala problemet. Identifiera basvariabler och ickebasvariabler. Bestäm reducerade kostnader för ickebasvariabler och hur dessa ändras med övertidsändringen. (Om λ_k är en basvariabel som är > 0 så är motsvarande bivillkor bindande.) (Att utföra analysen direkt på det primala problemet är svårare då även slackvariabler, som funktionen `alps` introducerar, ingår i basen.)

f) Antag att du svarat T timmar på fråga (1e). Rimliggör detta svar genom att göra två nya körningar med stanskapaciteten satt till $8+T$ timmar per dag respektive $8+1.1 \cdot T$ timmar per dag. Jämför de totala täckningsbidragen då övertidskostnaden är enligt (1d).

g) Studera nu återigen det ursprungliga fallet med stanskapacitet 8 timmar per dag. Antag att täckningsbidraget för produkt B ökar från 4.10 kr/enhet till $4.10 + C$ kr/enhet. Vilket är det största värde på C för vilket optimallösningen från uppgift (1b) fortfarande är optimal till det nya problemet? Ledning: Utför känslighetsanalys på det duala problemet. (När duala problemet ändrar lösning ändrar också primala problemet lösning.)

h) Antag att du svarat C^* på fråga (1g). Kontrollera rimligheten i detta svar genom att göra ytterligare två körningar med täckningsbidraget per enhet B satt till $4.10 + 0.9 \cdot C^*$ respektive $4.10 + 1.1 \cdot C^*$.
Glöm inte att först sätta tillbaka kapaciteten på stansavdelningen till 8 timmar per dag.

i) Åskådliggör det primala problemet i en figur. Rita det tillåtna området, prisvektorn och lösningen i (1b). Illustrera och beskriv vad som händer i figuren i uppgifterna (1d) till (1h). Detta går bra då vi här endast har två variabler.

Lös problemet:

$$\begin{array}{rl} \text{minimera} & c^T x \\ \text{då} & Ax \geq b, \\ & x \geq 0, \end{array}$$

med hjälp av `alps` (och därmed simple).

Filen `ex1.m`:

```
m = 4; % Antal bivillkor
n = 4; % Antal variabler

c = [3 4 5 2]';

A = [1 2 3 4
4 3 2 1
1 1 1 3
3 1 1 1];

b = [12 9 9 7]';

l = zeros(n,1); % Variabelgränser
u = inf*ones(n,1);% Variabelgränser

sense = 2*ones(m,1); % >=

maxit = 1000; % Maximalt antal simplexiterationer.
prtlvl = 1; % Skriv ut information.

[x,lambda,mu,status,it] = alps(c,A,b,l,u,sense,maxit,prtlvl);
```