Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning, 2002–03–06, kl. 8^{00}–13^{00}.

5B1116 Matematik 2, för B, IT.

För betyg 3 (godkänt), 4 och 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng.

Samtliga behandlade uppgifter ska förses med utförlig lösning och motivering.

Lösningsförslag finns efter skrivningstidens slut på kurshemsidan.

Inga hjälpmedel!

1. Bestäm tangentvektorn till parameterkurvan $\vec{r}(t) = (t+t^3, 1-t^2, t^2+3t^5)$ i punkten $(2,0,4)$. (3p)

2. Bestäm a och b så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + 2z = a \\ -2x + 5y + z = 3 \\ 2x + 2y + (1+a)z = b \end{cases}$$

får oändligt många lösningar samt bestäm dessa. (3p)

3. Finn tangentplanet till nivåytan $3x^2 + xy + y^2 + 2z^2 - 2xz = 19$ i punkten $(1,3,2)$. (3p)

4. Transformera uttrycket $\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y}$ genom variabelbytet $x = 2u - 3v$, $y = 3u - 6v$. (3p)

5. Låt

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ och } B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Beräkna $(AB)^{-1}(A + (BA)^T)$. (3p)

6. Visa att funktionen $f(x,y) = x^2 + 4xy + cy^2 + x + 2y$ har en stationär(kritisk) punkt som är oberoende av c(Antag $c \neq 4$) samt bestäm denna punkt. Bestäm punktens karaktär för varje värde på $c \neq 4$. (4p)

V.g. vänd!

7. Vektorerna $\{\vec{f_1} = (2,1,3), \vec{f_2} = (4,5,8), \vec{f_3} = (3,2,5)\}$ bildar en bas i $\mathbf{R}^3$. Bestäm koordinaterna för vektorn $(1,1,1)$ med avseende på den basen. (4p)

8. Låt $f(x,y) = e^{2x+y} - 2\sin(x) - \sin(y) - \cos(x - 2y)$.

   a) MacLaurinutveckla funktionen f till och med andra ordningens termer. (2p)

   b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{(x,y)\mapsto(0,0)} \frac{f(x,y)}{x^2 + y^2}$$

   till exempel genom att använda utvecklingen från del a). (2p)

9. Transformera ekvationen $2x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz = 8$ till huvudaxelform.(diagonalform) (4p)

10. a) Visa att en uppsättning på n+1-stycken vektorer i $\mathbf{R}^n$ måste vara linjärt beroende. (2p)

   b) Visa att n-1-stycken vektorer i $\mathbf{R}^n$ aldrig kan spänna upp hela rummet. (2p)