

Ledning till kortuppgiften

Välj först valörer och sedan färger.

Triss: tex 33357 ~~33335~~
 ~~33355~~

TVåpar: 33557 ~~33335~~

På hur många sätt kan vi
få två par?

33 55 7
♣ ♠ ♦ ♥ ♠

$$\binom{13}{2} \cdot 11 \cdot \binom{4}{2} \binom{4}{2} \cdot 4$$

55 33 7

$$\binom{13}{2} \binom{4}{2} \binom{4}{2} 44$$

På hur många sätt kan vi
få kåk?

333 55

$$13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2}$$

På hur många sätt kan vi
få triss?
 $13 \cdot \binom{12}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot 4 \cdot 4$

33357

33375

På hur många sätt kan vi
få fyrtal?
 $13 \cdot \binom{4}{4} \cdot 12 \cdot 4$

33335

Givet nyckeln $n=22$ och $e=7$,
dekryptera meddelandet 15.

Lösning: $n=2 \cdot 11$. $m=(2-1)(11-1)=10$

Vi vill hitta d så att $de \equiv 1 \pmod{10}$

$$10 = 7 + 3 \quad 1 = 7 - 2(10 - 7)$$

$$7 = 2 \cdot 3 + 1 \quad 1 = 7 - 2 \cdot 3$$

$$\Rightarrow 1 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 \Rightarrow d=3$$

$$15^3 \equiv 15 \cdot 15^2 \equiv 15 \cdot 225 \equiv 15 \cdot 5 \equiv 75 \equiv 9 \pmod{22}$$

SVAR: 9

$n=33$, $e=7$, dekryptera meddelandet
17.

$$n=3 \cdot 11, m=(3-1)(11-1)=20$$

$$20 = 2 \cdot 7 + 6 \quad 1 = 7 - (20 - 2 \cdot 7) = 3 \cdot 7 - 20$$

$$7 = 6 + 1 \quad 1 = 7 - 6$$

så igen $d=3$.

$$17^3 \equiv 17 \cdot 144 \equiv 17 \cdot 12 \equiv 144 \equiv 17 \pmod{33}$$

$n=35$, $e=11$, dekryptera
meddelandet 2.

$$n=35=5 \cdot 7, \quad m=4 \cdot 6=24.$$

$$24 = 2 \cdot 11 + 2 \quad 1 = 11 - 5(24 - 2 \cdot 11)$$

$$11 = 5 \cdot 2 + 1 \quad 1 = 11 - 5 \cdot 2$$

$$d=11 \iff 1 = \underline{11} \cdot 11 - 5 \cdot 24$$

$$\begin{aligned} 2^{11} &\equiv 2 \cdot (2^5)^2 \equiv 2 \cdot 32^2 \equiv 2 \cdot (-3)^2 \equiv 2 \cdot 3^2 \equiv \\ &\equiv 2 \cdot 9 = 18 \quad \text{SVAR: } 18. \end{aligned}$$

$$(a+b)^p \equiv \binom{p}{0}a^p + \binom{p}{p}b^p \pmod{p}$$

$$\sum_{k=0}^{p-1} \binom{p}{k} a^{p-k} b^k \quad \binom{p}{k} \equiv 0 \pmod{p} \quad 1 \leq k \leq p-1$$

$$p \gg \binom{p}{2} = \frac{p \cdot (p-1)}{2} \quad \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

2 kan inte dela p för p primtal.

$$\binom{p}{k} = \frac{p \cdot (p-1) \cdot \dots \cdot (p-k+1)}{k!}$$

ingen faktor kan dela p

$$\begin{aligned} (2^a + 1^b)^5 &\equiv 2^5 + 1^5 \pmod{5} \\ // &\equiv 32 + 1 \equiv \underline{3} \pmod{5} \\ 3^5 &\equiv 3 \cdot (3^2)^2 \equiv 3 \cdot 9^2 \equiv 3 \cdot (-1)^2 \equiv \underline{3} \end{aligned}$$

$$9 \equiv 4 + 5 \equiv 4 \equiv (-1) + 5 \equiv -1$$

Lös ekvationen $x^2 + 2x + 2 \equiv 0 \pmod{5}$

x	$x^2 + 2x + 2$
0	$0 + 2 \cdot 0 + 2 = 2$
1	$1 + 2 + 2 = 0$
2	$4 + 4 + 2 = 0$
3	$4 + 1 + 2 = 2$
4	$1 + 3 + 2 = 1$

$$\begin{aligned} (x+1)^2 + 2 - 1 &= \\ &= (x+1)^2 + 1 \\ (x+1)^2 &\equiv -1 \pmod{5} \\ &\equiv 4 \end{aligned}$$

$$(x+1)^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$x+1 \equiv \pm 2 \pmod{5} \quad [5 \text{ primtal}]$$

$$x+1 \equiv 2 \Rightarrow x \equiv 1$$

$$x+1 \equiv -2 \Rightarrow x \equiv -3 \equiv 2$$

$$x^2 + 3x + 2 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$\text{Vi vill räkna: } (x + \frac{3}{2})^2 + 2 - \frac{9}{4} \quad \begin{array}{l} 3 = 2^{-1} \quad 2 \cdot 3 \equiv 1 \\ 4^2 \equiv 1 \Rightarrow 4^{-1} \equiv 4 \end{array}$$

$$(x + 2^{-1} \cdot 3)^2 + 2 - 4^{-1} \cdot 9 \equiv$$

$$\equiv (x + 4)^2 + 2 - 4 \cdot 4 \equiv (x + 4)^2 + 2 - 1$$

$$\equiv (x + 4)^2 + 1 \Rightarrow x + 4 \equiv \pm 2$$

Föreläsning 16, sid 10

x	$x^2 + 3x + 2$
0	$0 + 0 + 2 \equiv 2$
1	$1 + 3 + 2 \equiv 1$
2	$4 + 1 + 2 \equiv 2$
3	$4 + 4 + 2 \equiv 0$
4	$1 + 2 + 2 \equiv 0$

$$x + 4 \equiv \pm 2$$
$$x \equiv 2 - 4 \equiv 3$$
$$x \equiv -2 - 4 \equiv 4$$