Tentamen för repetitionskurs 5B1116/36
2003-08-16

Den som har klarat en kontrollskrivning får tillgodoräkna sig motsvarande uppgift. För godkänt krävs 16 poäng. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. Resultaten kommer redovisas på kurshemsidan senare under dagen. För att kunna läsa av ditt resultat är det viktigt att du kommer ihåg siffran i skrivningens övre högra hörn.

1. Bestäm konstanten a så att ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ 2x + y + 3z = 0 \\ 3x + ay + z = 0 \end{cases}$$
saknar lösningar.

2. Låt
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
Vad blir $\det((AB)^{-1}(AC)^T C)$?

3. Bestäm planet som innehåller linjerna $l_1 : (1, 1, 1) + t(3, 0, -1)$ och $l_2 : (0, 2, -1) + t(3, 0, -1)$.

4. Visa att följande vektorer $(1, 0, 1, 2)$, $(2, -1, 0, 1)$, $(0, 1, 2, -1)$, $(1, 2, -1, 0)$ utgör en bas för $\mathbf{R}^4$ och bestäm koordinaterna för vektorn $(1, 0, 1, 0)$ i den nya basen.

5. Bestäm konstanten C så att linjen $(3 + 2t, \frac{7}{2} + 3t, \frac{1}{4} + 2t)$ skär ytan $x^2 + 3y^2 + 2z = C$ vinkelrät.

6. Visa att funktionen $(u, v) = f(x, y) = (x^2 y, xy^2)$ är lokalt inverterbar utanför koordinataxlarna och beräkna Jacobimatrisen för inversen i punkten svarande mot punkten $(x, y) = (1, 1)$.

7. Bestäm största och minsta värdet som antas av funktionen $x^2 - xy + y^2$ i det slutna och begränsade området som ges av kvadraten med hörn $(0, 0), (0, 1), (2, 0)$ och $(2, 1)$.

8. Transformera ekvationen $x^2 + 4xy - 2y^2 + 2x + 2y = 3$ till huvudaxelform.