

Matematiska Institutionen
KTH

Tentamensskrivning på kursen Algebra och Kombinatorik för F3, 5B1302, onsdagen den 20 augusti 2003 kl 14.00-19.00.

Examinator: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna.

Betygsgränser: 10 poäng ger betyget 3, 14 poäng ger betyget 4 och 18 poäng ger betyget 5.

1. (2p) Ett RSA-krypto har $n = 143$ och $e = 31$. Dechiffrera meddelandet 2.

2. (2p) Låt a_n beteckna antalet positiva heltalslösningar x, y och z till ekvationen

$$x + 2y + 4z = n.$$

Bestäm den genererande funktionen $A(z)$ till talföljden a_n .

(**Anm.** För full poäng krävs att $A(z)$ beskrivs med hjälp av en rationell funktion.)

3. (3p) Bestäm ett primitivt polynom av grad 2 i polynomringen $Z_7[x]$.

4. (3p) Undersök om det finns en linjär ettfelsrättande perfekt kod av längd 7 som innehåller bl a orden 1110000 och 1000110.

5. (3p) Visa att om p, a och b är positiva heltal så gäller att

$$p^a - 1 \equiv p^{a \bmod b} - 1 \pmod{p^b - 1}.$$

6. Använd de nio bokstäverna i ordet ANNABELLA för att skapa ord.

a) (1p) Hur många olika sådana ord av längd nio finns det.

b) (2p) Hur många olika ord av längd tre där man använder precis tre av dessa nio bokstäver finns det.

c) (2p) Hur många av dessa ord innehåller ordet AL som delord. (T ex är ordet ALNNABELLA ett sådant ord.)

7. (3p) Betrakta en graf med noderna 0, 1, 2, 3, 4 och 5 sådan att noden i har en kant till noden $i + 1 \bmod 6$, för $i = 0, 1, 2, \dots, 5$ samt att noden 0 och noden 4 är förbundna med en kant. Totalt finns alltså sju kanter. På hur många sätt kan noderna i denna graf färgas med högst sju olika givna färger så att grannoder får olika färg.

8. (4p) Låt F_q beteckna en ändlig kropp med q element. Betrakta ringen

$$R = F_{p_1} \times F_{p_2} \times \dots \times F_{p_k}.$$

Bestäm antalet element i gruppen $G = U(R)$ av enheter i ringen R samt beskriv på något lämpligt sätt mängden av delgrupper till G .