Diskret matematik för F1, 5B1203
alternativ studiegång, VT 2004

UPPGIFTER Nr. 3

Rekommenderade extrauppgifter
(utöver uppgifterna som ges i anslutning till resp. avsnitt)

Avsnitt i Biggs	Uppgifter
15.8	1, 2, 3, 5, 6, 11, 13, 22
16.7	1, 6, 8, 9, 10
17.7	1, 2, 9, 13, 19
18.6	2, 3, 4, 9, 10, 11

Inlämningsuppgifter 3 (inlämnas 23 mars.)

1. Visa att i varje turnering finns det ett hörn x sådant att varje annat hörn y kan nås från x via en riktad stig av längd 1 eller 2.

2. Låt $D = (V, A)$ vara ett nätverk med viktfunktion $w : A \to \mathbb{N}$ och med källa $s \in V$ och sänka $t \in V$. Visa att

$$\max_{P\in\mathcal{P}} \min_{e\in P} w(e) = \min_{C\in\mathcal{C}} \max_{e\in C} w(e),$$

där $\mathcal{P}$ är mängden av alla riktade stigar från s till t, och $\mathcal{C}$ är mängden av alla snitt (S, T) sådana att $s \in S$ och $t \in T$. (Vi identifierar ett snitt $C = (S, T)$ med mängden av kanter som går från ett hörn i S till ett hörn i T.)

3. Låt $G = (V, E)$, $w : E \to \mathbb{N}$, vara en viktad graf och $V = \{v_0, v_1, \ldots, v_n\}$. Antag att det existerar en kant $e' \in E$ sådan att $w(e') < w(e)$ för alla $e \in E \setminus \{e'\}$. Är följande sant eller falskt (bevis eller motexempel)?

Om minimala stigar från v_0 till v_j bestäms med hjälp av algoritmen i avsnitt 16.6 (Dijkstra's algoritm), så kommer kanten e' att ligga på den minimala stigen från v_0 till v_j, för något j.