

EXTRA UPPGIFTER

Dessa uppgifter är för nöjes skull — ingen inlämning, inga poäng. Lösningar kommer att diskuteras vid lektionen tisdag den 16 mars.

1. Visa att talet $n^4 + 4$ är sammansatt (dvs ej ett primtal) för alla $n \geq 2$.
2. Vi har 12 mynt, varav 11 har samma vikt men ett av mynten är falskt och väger mer eller mindre än de övriga. Visa att det är möjligt att med tre vägningar på en balansvåg avgöra vilket mynt som är falskt, och om detta är lättare eller tyngre än de övriga.
3. Låt $F_0 = 0, F_1 = 1, F_2 = 1, \dots$ vara Fibonacci-talen.
 - (a) Visa att $\sum_{n \geq 0} F_n x^n = \frac{x}{1-x-x^2}$.
 - (b) Bestäm polynom $P(x)$ och $Q(x)$ sådana att $\sum_{n \geq 0} F_{2n} x^n = \frac{P(x)}{Q(x)}$.
 - (c) Lös rekursionen

$$G_n = G_{n-1} + 2G_{n-2} + \dots + nG_0, \quad G_0 = 1.$$

(Ledning: De tre deluppgifterna är relaterade.)