

Institutionen för matematik, **KTH**
Mats Boij

Tentamen i 5B1118 Diskret matematik 5p
25 april, 2001

Skrivtid: 08.00-13.00

Inga hjälpmedel tillåtna.

För godkänt = betyg 3 fordras minst 16 poäng, för betyg 4 minst 22 poäng och för betyg 5 minst 30 poäng inklusive bonuspoäng. Det maximala antalet poäng är angivet inom parentes vid varje uppgift. Ange bonuspoäng på skrivningsomslaget.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl!

- 1) Bestäm den största gemensamma delaren mellan 407 och 594. **(3p)**
- 2) Skriv upp cykelnotationen för sammansättningen $\tau^{-1}\sigma\tau$ där $\sigma = (135)(64)$ och $\tau = (24)(356)$. **(3p)**
- 3) Kryptera meddelandet $x = 25$ om den öppna nyckeln i ett RSA-system är $n = 55$ och $e = 9$. **(3p)**
- 4) Bestäm ordningen av den multiplikativa gruppen av inverterbara element i \mathbf{Z}_{24} . **(3p)**
- 5) Grafen G ges av nedanstående granntabell. Avgör om det går att lägga till en kant i grafen G så att den resulterande grafen G' har en eulerväg.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	3	2	1	1	2	1	1	4
5	6	6	7	7	3	4	4	5
7			8	8		5	5	
8			9	9		8	7	

(3p)

- 6) Ett barn har sex klossar i olika färger. På hur många sätt kan barnet lägga klossarna i tre likadana lådor så att det kommer minst en kloss i varje låda? **(4p)**
- 7) Bestäm den genererande funktionen för lösningen till rekursionen

$$a_{n+2} = a_{n+1} - 3a_n, \quad n \geq 0$$

med begynnelsevärdena $a_0 = 2$ och $a_1 = 3$. **(4p)**

- 8) Använd stark induktion för att bevisa att varje positivt heltal kan skrivas som en produkt av primtal. **(4p)**
- 9) Använd metoden med alternerande stigar för att från matchningen $\{1A, 2B, 3C\}$ få en fullständig matchning i den bipartita grafen med hörnmängd $\{1, 2, 3, 4\} \cup \{A, B, C, D, E\}$ och kantmängd $\{1A, 1D, 2B, 2E, 3A, 3C, 4B, 4C\}$. **(4p)**
- 10) Bevisa eller ge motexempel till identiteten

$$2|A \cup B \cup C| - 2|A \cap B \cap C| = |A \cup B| + |B \cup C| + |C \cup A| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A|.$$

där A , B och C är ändliga delmängder av en mängd S . **(4p)**