

Institutionen för matematik, **KTH**
Mats Boij

Tentamen i 5B1118 Diskret matematik 5p
22 augusti, 2001

Skrivtid: 14.00-19.00

Inga hjälpmedel tillåtna.

För godkänt = betyg 3 fordras minst 16 poäng, för betyg 4 minst 22 poäng och för betyg 5 minst 30 poäng inklusive bonuspoäng. Det maximala antalet poäng är angivet inom parentes vid varje uppgift. Ange bonuspoäng på skrivningsomslaget.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl!

1) Ange kvot och rest vid division av $5BE$ med $1F$ där båda talen är angivna i hexadecimal form. **(3p)**

2) Bestäm den största gemensamma delaren mellan $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$ och $x^4 + x^2 + 1$ i $\mathbf{Z}_3[x]$. **(3p)**

3) Bestäm det minsta antal färger som krävs för att kantfärgra den bipartita grafen G som har hörnmängd $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{A, B, C, D, E\}$ och kantmängd

$$\{1B, 1D, 1E, 2A, 2B, 2C, 3A, 3B, 3D, 4B, 4C, 4D, 5A, 5D, 5E\}.$$

(3p)

4) De två permutationerna α och β ges i tvåradsnotation av

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Avgör vilka av permutationerna α^{-1} , $\alpha\beta$ och $\alpha^2\beta^3$ som är udda och vilka som är jämna. **(3p)**

5) Den linjära koden C ges av

$$C = \{00000000, 01100110, 11001100, 00110011, \\ 11111111, 01010101, 10101010, 10011001\}.$$

Hur många fel upptäcker, respektive rättar, koden C ? **(3p)**

6) På hur många sätt kan man med k färger hörnfärga en skog med 36 hörn och 30 kanter? (4p)

7) Den genererande funktionen för talföljden a_0, a_1, a_2, \dots ges av

$$\frac{1+x}{(1-2x)(1-4x^2)}.$$

Bestäm ett uttryck för a_n . (4p)

8) Ett barn har sex klossar i sex olika färger. På hur många sätt kan barnet lägga alla klossarna i en rad så att den gula inte hamnar bredvid den blå och inte heller den gröna bredvid den röda? (4p)

9) Bestäm lösningarna till ekvationen $x^2 + x + 60 = 0$ i kroppen \mathbf{Z}_{101} . (4p)

10) För ett primtal p kan vi för varje positivt heltal a definiera en funktion $f_a : \mathbf{Z}_p \rightarrow \mathbf{Z}_p$ genom $f_a(x) = x^a$ för alla x i \mathbf{Z}_p . Avgör för vilka värden på a som funktionen f_a är surjektiv. (4p)