**LAPPSKRIVNING 3**
5B1200, Diff & Trans I, VT02

Görs under RS 3, 2002–04–18

**FÄRGAT PAPPER**

| **Efternamn**: | **Personnr**: |
|---|---|
| **Namn**: | **Intagningsår**: |

Lösningen skrivs på detta papper. Tillåtna hjälpmedel: **BETA** − **Mathematics Handbook**.

Lösningsförslag kan kvitteras efter räknestugans slut. De rättade skrivningarna delas ut av läraren under nästa räknestuga. Betygskala: **0** till **3** poäng.

Överblivna lappskrivningar lämnas till studentexpeditionen.

Lappskrivningarna är frivilliga men kan sammanlagt ge maximalt 2 poäng till examinationen.

---

Ange en funktion $y(t)$ som satisfierar

$$\begin{cases} y'(t) + 4\displaystyle\int_0^t y(\tau)\,d\tau = f(t), \\ y(0) = 2, \end{cases}$$

för alla $t \neq 1$ om högerledet av ekvationen ges av

$$f(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 1, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

**LAPPSKRIVNING 3**
5B1200, Diff & Trans I, VT02
Görs under RS 3, 2002–04–18

**VITT PAPPER**

| | |
|---|---|
| **Efternamn**: | **Personnr**: |
| **Namn**: | **Intagningsår**: |

Lösningen skrivs på detta papper. Tillåtna hjälpmedel: **BETA** − **Mathematics Handbook**.

Lösningsförslag kan kvitteras efter räknestugans slut. De rättade skrivningarna delas ut av läraren under nästa räknestuga. Betygskala: **0** till **3** poäng.

Överblivna lappskrivningar lämnas till studentexpeditionen.

Lappskrivningarna är frivilliga men kan sammanlagt ge maximalt 2 poäng till examinationen.

---

Ange en funktion $y(t)$ som satisfierar

$$\begin{cases} y'(t) + 9\displaystyle\int_0^t y(\tau)\, d\tau = f(t), \\ y(0) = 3, \end{cases}$$

för alla $t \neq 1$ om högerledet av ekvationen ges av

$$f(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 1, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

## Lösningsförslag till lappskrivning **3**, 2002–04–18, text på **FÄRGAT** papper:

Laplacebilden av ekvationen ges av

$$\left(s+\frac{4}{s}\right)Y(s)-2=\frac{e^{-s}}{s} \quad\Longleftrightarrow\quad Y(s)=\frac{e^{-s}}{s^2+4}+\frac{2s}{s^2+4}.$$

Inverstransformering ger

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-s}}{s^2+4}+\frac{2s}{s^2+4}\right\}(t)=\theta(t-1)\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+4}\right\}(t-1)+2\cos 2t \\ &= \frac{1}{2}\,\theta(t-1)\sin[2(t-1)]+2\cos 2t\,, \end{aligned}$$

där $\theta(t)$ är Heavisides trappstegsfunktion.

**Svar:** $y(t)=\dfrac{1}{2}\,\theta(t-1)\sin[2(t-1)]+2\cos 2t$**.**

## Lösningsförslag till lappskrivning **3**, 2002–04–18, text på **VITT** papper:

Laplacebilden av ekvationen ges av

$$\left(s+\frac{9}{s}\right)Y(s)-3=\frac{e^{-s}}{s} \quad\Longleftrightarrow\quad Y(s)=\frac{e^{-s}}{s^2+9}+\frac{3s}{s^2+9}.$$

Inverstransformering ger

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-s}}{s^2+9}+\frac{3s}{s^2+9}\right\}(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+9}\right\}(t-1)+3\cos 3t \\ &= \frac{1}{3}\,\theta(t-1)\sin[3(t-1)]+3\cos 3t\,, \end{aligned}$$

där $\theta(t)$ är Heavisides trappstegsfunktion.

**Svar:** $y(t)=\dfrac{1}{3}\,\theta(t-1)\sin[3(t-1)]+3\cos 3t$**.**