Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning, 2001–10–23, kl. 8.00–13.00.

5B1115, Matematik 1, för B, E, I, IT, M, Media och T.

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng. Varje bonuspoäng ger 1 poäng på tentamen.

Det maximala antalet poäng på varje uppgift är angivet inom parentes i anslutning till uppgiften.

Samtliga behandlade uppgifter bör förses med utförlig lösning och motivering.

Inga hjälpmedel är tillåtna.

ANGE GRUPPNUMMER ELLER LäRARENS NAMN På OMSLAGET !

OBS. Studerande som var registrerade på denna kurs redan förra läsåret skall byta ut uppgifterna 3, 7 och 10 mot ersättningsuppgifter på ett särskilt blad.

1. Beräkna gränsvärdet $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x \arctan(2x) - \ln(1 + 4x^2)}{x - 1 + e^{-x}}$. (3p)

2. Ekvationen $xy^3 + 4x^3y = 16$ definierar en funktion $y = y(x)$ sådan att $y(1) = 2$. Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = y(x)$ i punkten (1,2). (3p)

3. Beräkna integralen $\displaystyle\int_2^3 \frac{3x^2 + 5x - 6}{x^3 - x^2}\, dx$. (3p)

4. Visa med induktion att $5^n - 1$ är jämnt delbart med 4 för $n = 1, 2, 3, \quad$. (3p)

5. Undersök konvergensen av serien $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2001n^2 + 10n + 23}{23n^3 + 10n + 2001}$. (3p)

6. Bestäm och karakterisera lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = \dfrac{1 - x}{1 + x^2} + \arctan x$.
   Bestäm värdemängden till f. (4p)

7. Kurvorna $y = x\sqrt{5 - x^2}$ och $y = x(3 - x)$ omsluter två ändliga områden. Beräkna den sammanlagda arean av dessa. (4p)

8. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' + 4y' + 4y = 8x + 6e^{-2x}$. (4p)

9. Vilket är störst $2 \arcsin \dfrac{1}{3}$ eller $\arccos \dfrac{2}{3}$? (4p)

10. a. Formulera integralkalkylens medelvärdessats. (2p)

    b. Bestäm alla kontinuerliga funktioner f som uppfyller olikheten

$$(y - x)x^3 \leq \int_x^y f(t)\, dt \leq (y - x)y^3$$

för alla x och y. (2p)

LYCKA TILL!