

Dagens 26/8

1. Visa med induktion att $4^n - 1$ är jämnt delbart med 3 för $n = 1, 2, 3, \dots$.
 2. Visa med induktion att $11^n - 1$ är jämnt delbart med 5 för $n = 1, 2, 3, \dots$.
 3. Visa med induktion att $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n + 1) = n(n + 1)^2$ för $n = 1, 2, 3, \dots$.
 4. Visa med induktion att $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n - 1)^3 = 2n^4 - n^2$ för $n = 1, 2, 3, \dots$.
 5. Visa med induktion att $2 + \frac{1}{10}^n = 2^n + \frac{n}{10}$ för $n = 1, 2, 3, \dots$.
-

Dagens 27/8

6. Beräkna
 - a. $6! + 0!$
 - b. $\frac{7}{4}$
 - c. $\frac{71}{43} - \frac{71}{28}$
 - d. $\frac{9}{0} + \frac{9}{1} + \frac{9}{2} + \dots + \frac{9}{9}$.
7. Utveckla
 - a. $(2x - y)^5$
 - b. $\sqrt[3]{x - \frac{1}{x}}^4$
8. Bestäm koefficienten vid x^3 i utvecklingen av $x + \frac{\sqrt{2}}{x}^7$.
9. Man vet att utvecklingen av $\sqrt{x} + \frac{2}{x^2}^n$ innehåller termen $14x$. Bestäm n .

Svar:

6. a. 721 b. 35 c. 0 d. 29.
 7. a. $32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + 10xy^4 - y^5$
b. $x^{4/3} - 4 + 6x^{-4/3} - 4x^{-8/3} + x^{-4}$
 8. 42
 9. $n = 7$.
-

Dagens 29/8

10. Bestäm i förekommande fall inversfunktionen $f^{-1}(x)$ till den funktion $f(x)$ som anges nedan. Bestäm definitionsmängden och värdemängden till f resp. f^{-1} .

a. $f(x) = \frac{x+2}{x+3}$.

b. $f(x) = \frac{x^2}{1+2x}$.

11. Visa att funktionen $f(x) = 2x + x^{17}$ har en invers f^{-1} . Beräkna $f(1)$ och $f^{-1}(3)$.

12. Beräkna exakt (svaren får inte innehålla cyklometrisk eller trigonometriska funktioner):

a. $\arcsin \frac{-\sqrt{2}}{2}$

b. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin \frac{-1}{2}$

c. $\sin \arcsin \frac{3}{5}$

d. $\cos \arcsin \frac{1}{4}$

e. $\sin \arcsin \frac{1}{3} + \arcsin \frac{2}{3}$

f. $\sin 2 \arcsin \frac{1}{3}$

g. $\arcsin \sin \frac{-}{9}$

h. $\arcsin \sin \frac{7}{9}$

Svar:

10. a. $f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{x-1}$. $D_f = V_{f^{-1}} =$ alla reella tal $\neq 1$. $V_f = D_{f^{-1}} =$ alla reella tal $\neq 1$.

b. Har ingen invers.

11. Om $a > b$ $2a + a^{17} > 2b + b^{17}$ dvs $f(a) > f(b)$ f har en invers. $f(1) = 3$
 $f^{-1}(3) = 1$.

12. a. $-1/4$ b. $1/6$ c. $3/5$ d. $\sqrt{15}/4$
e. $(\sqrt{5} + 4\sqrt{2})/9$ f. $4\sqrt{2}/9$ g. $-1/9$ h. $2/9$

Dagens 30/8

13. Beräkna exakt (svaren får inte innehålla cyklometriska eller trigonometriska funktioner):

a. $\sin \arccos \frac{1}{3}$

b. $\cos \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} + \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$

c. $\sin \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} + \arccos \frac{2}{\sqrt{5}}$

d. $\tan \arccos \frac{1}{3}$

e. $\cot \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}}$

f. $\arctan(-\sqrt{3})$

g. $\cos 2 \arccos \frac{2}{3}$

h. $\tan \operatorname{arccot} 2$

14. Beräkna exakt (svaren får inte innehålla cyklometriska eller trigonometriska funktioner):

a. $\arccos \cos \frac{-}{9}$

b. $\arccos \cos \frac{7}{9}$

15. Verifiera att

a. $\arcsin \frac{13}{14} + \arccos \frac{1}{7} = \frac{5}{6}$

b. $\arcsin \frac{1}{7} + \arccos \frac{13}{14} = \frac{-}{6}$

16. Lös ekvationen $2 \arcsin x = \arccos x$.

Svar:

13. a. $2\sqrt{2}/3$

b. 0

c. 4/5

d. $2\sqrt{2}$

e. 1/2

f. - /3

g. -1/9

h. 1/2

14. a. /9

b. 7 /9

16. 1/2
