

Dagens 23/9

49. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

a.  $y' + y - 2y = 40 \sin x \cos x$ . (Förenkla högerledet:  $2 \sin x \cos x = \sin 2x$ .)

b.  $y' - 3y' + 2y = 4x + 10 \cos x$ .

c.  $y''' + 3y'' - y' - 3y = 9x$ .

d.  $y''' - y'' + y' - y = e^{-x}$

50. Bestäm den lösning till  $y' + y - 2y = 4xe^{-x}$  som uppfyller  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 2$ .

Svar:

49. a.  $y = -3 \sin 2x - \cos 2x + Ae^x + Be^{-2x}$

b.  $y = 3 + 2x + \cos x - 3 \sin x + Ae^x + Be^{2x}$

c.  $y = Ae^{-x} + Be^x + Ce^{-3x} - 3x + 1$

d.  $y = A \cos x + B \sin x + Ce^x - e^{-x}/4$

50.  $y = (1 - 2x)e^{-x} + 3e^x - e^{-2x}$

Dagens 24/9

51. Beräkna följande integraler:

a.  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-3x}} dx$

c.  $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$

e.  $\int_0^1 \frac{\sin x}{2+\cos x} dx$

g.  $\int_1^5 |x-2| dx$

b.  $\int_0^1 (1-2x)^{100} dx$

d.  $\int_{-1}^1 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$

f.  $\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+1} dx$

h.  $\int_0^{1/4} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$

52. Beräkna arean av det ändliga område som begränsas av

a. kurvan  $y = x - \sqrt{x}$  och  $x$ -axeln.

b. kurvan  $y = (x-3)\sqrt{4-x}$  och  $x$ -axeln.

c. kurvorna  $y = \sqrt{2-x}$  och  $y = x\sqrt{2-x}$ .

Svar:

51. a. 10/27.      b. 1/101.      c. 1/4.      d. ln 3.  
e. ln 3.      f. ln 2 + 1/4.      g. 5.      h. 1/2.
52. a. 1/6.      b. 4/15.      c. 4/15.

Dagens 26/9

53. Beräkna följande integraler:

a.  $\int_{-1}^1 (1 - 2x)e^{-2x} dx$

c.  $\int_0^1 \ln(x+1) dx$

e.  $\int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx$

b.  $\int_0^2 x^2 \cos x dx$

d.  $\int_0^1 x \ln(x+1) dx$

f.  $\int_0^1 x \arctan x dx$

54. Beräkna följande integraler:

a.  $\int_0^2 \frac{1}{4+x^2} dx$

c.  $\int_0^1 \frac{1}{x^2+3x+2} dx$

b.  $\int_0^{1/2} \frac{1}{1+4x^2} dx$

d.  $\int_0^5 \frac{x}{x^2+4x+3} dx$

55. Beräkna arean av det ändliga område som begränsas av kurvorna  $y = \frac{5}{9-x^2}$

och  $y = \frac{8}{4+x^2}$ .

Svar:

53. a.  $e^2 + e^{-2}$ .      b.  $4$ .      c.  $2 \ln 2 - 1$ .      d.  $1/4$

e.  $\ln 2 - 2 + 1/2$       f.  $1/4 - 1/2$

54. a.  $1/8$       b.  $1/8$       c.  $2 \ln 2 - \ln 3$       d.  $4 \ln 2 - 2 \ln 3$

55.  $2 - (5 \ln 5)/3$ .

56. Beräkna följande integraler:

a.  $\int_4^5 \frac{3x-7}{x^2-5x+6} dx$

b.  $\int_4^5 \frac{3x^2-7x-4}{(x-3)(x-2)^2} dx$

c.  $\int_0^1 \frac{x^2-10x+11}{(x-3)(x^2+1)} dx$

d.  $\int_3^4 \frac{x^2-x-1}{x^2-3x+2} dx$

e.  $\int_2^4 \frac{1}{x^2-4x+8} dx$

f.  $\int_1^2 \frac{1}{(1+x^2)x^2} dx$

57. Beräkna följande integraler:

a.  $\int_0^{1/2} \frac{\cos x}{4-\sin^2 x} dx$

b.  $\int_{1/6}^{1/2} \frac{\cos x}{\sin x + \sin^2 x} dx$

c.  $\int_{1/6}^{1/2} \frac{\cos x}{\sin^2 x + \sin^3 x} dx$

d.  $\int_{1/6}^{1/2} \frac{\cos x}{\sin x + \sin^3 x} dx$

e.  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x^2}} dx$

f.  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}} dx$

58. Beräkna arean av det området som begränsas av

a. kurvan  $y = x\sqrt{1-x^2}$  och  $x$ -axeln.

b. kurvan  $y^2 = x^2 - x^3$ .

c. kurvorna  $y = \sqrt{1-4x^2}$  och  $y = \sqrt{1-2x}$ .

Svar:

56. a.  $\ln 6$ .                      b.  $1 + \ln 6$ .                      c.  $\ln 3 - \dots$                       d.  $1 + \ln 3$ .

e.  $1/8$ .                              f.  $1/2 - \arctan 2 + \dots/4$

57. a.  $(\ln 3)/4$ .                      b.  $\ln 3 - \ln 2$ .                      c.  $1 + \ln 2 - \ln 3$ .                      d.  $(\ln 5 - \ln 2)/2$ .

e.  $\sqrt{3}/9$ .                              f.  $-\ln(\sqrt{2} - 1)$

58. a.  $2/3$ .                              b.  $8/15$ .                              c.  $1/8 - 1/3$ .