Dagens tema

- Partiella differentialekvationer (forts)

  Laplaces ekvation, räkneexempel (ZC 12.5)
  Icke-homogena ekvationer, räkneexempel (ZC 12.6)

- Fouriermetoder, inledning

  Komplexa fourierserier (Fouriermetoder 1.1)

Komplex fourierserieutveckling, L-periodisk:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \, \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} nt/L}, \qquad \text{(Syntesekvation)}$$

$$c_n = \frac{1}{L} \oint_{-L/2}^{L/2} x(t) \, \mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i} nt/L} \, \mathrm{d}t \qquad \text{(Analysekvation)}$$

Om $x(t)$ reell och

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n}{L} t + b_n \sin \frac{2\pi n}{L} t \right)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \, \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} nt/L}$$

så gäller

$$\begin{cases} a_n = 2 \operatorname{Re} c_n, & \text{då } n \geq 0, \\ b_n = -2 \operatorname{Im} c_n, & \text{då } n \geq 1. \end{cases}$$

$$c_n = \begin{cases} \dfrac{a_n - \mathrm{i} b_n}{2}, & \text{då } n > 0, \\ \dfrac{a_{-n} + \mathrm{i} b_{-n}}{2}, & \text{då } n < 0, \\ c_0 = \dfrac{a_0}{2}, & \text{då } n = 0. \end{cases}$$

Fouriertransformen

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega, \qquad \text{(Syntesekvation)}$$

där

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-i\omega t}\, dt. \qquad \text{(Analysekvation)}$$