

Dagens tema

- Fouriertransformen, räkneexempel

Sinus cardinalis:

- $\text{sinc } f = \begin{cases} \frac{\sin f}{f}, & \text{om } f \neq 0, \\ 1, & \text{om } f = 0. \end{cases}$

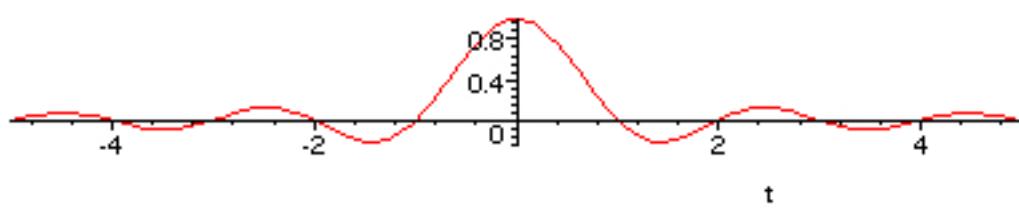
- $$\int_{-P/2}^{P/2} e^{2\pi ift} df = \frac{\sin P}{f} \Big|_{-P/2}^{P/2} = P \text{sinc } Pf,$$

- $$\int_{-P/2}^{P/2} e^{i\omega t} dt = \frac{\sin P}{\omega/2} \Big|_{-P/2}^{P/2} = P \text{sinc } \frac{P}{2}.$$

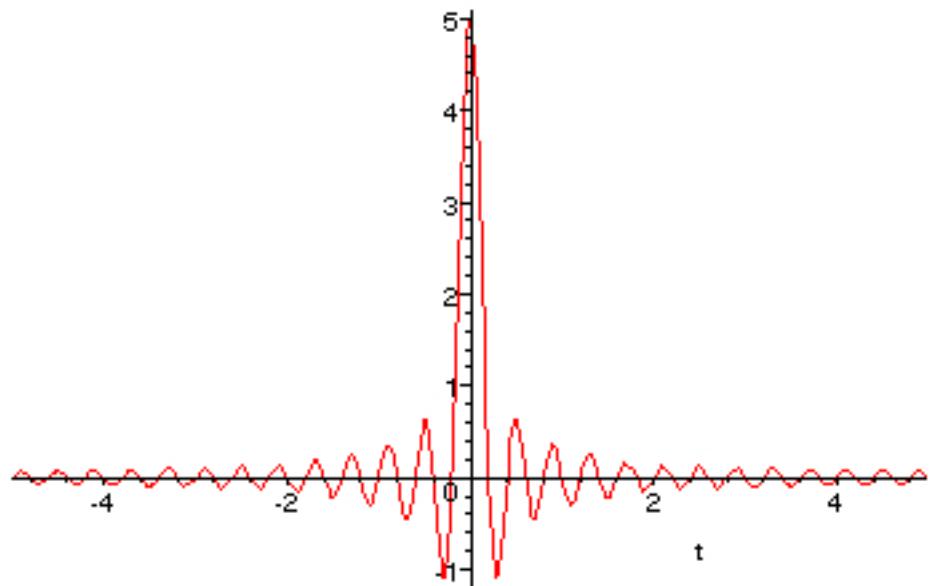
-pulsen som summa av alla harmoniska signaler:

- $$\int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi ift} dt = \delta(f),$$

- $$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dt = 2\pi \delta(\omega),$$



$\text{sinc } t$



$5 \text{ sinc } 5t$

Egenskaper hos fouriertransformen

Funktion	Transform
Om $x(t)$	$Z(\)$
så $Z(t)$	$2 \cdot x(-\)$
$x(t)$	$X(\)$
$e^{i \omega_0 t} x(t)$	$X(\ - \omega_0)$
$x(t - t_0)$	$e^{-i \omega_0 t_0} X(\)$
$x(at), a \neq 0$	$\frac{1}{ a } X(\frac{\omega}{a})$
$x(-t)$	$X(-\)$
$(x * y)(t)$	$X(\) \cdot Y(\)$
$x(t) \cdot y(t)$	$\frac{1}{2} (X * Y)(\)$
$\frac{d}{dt} x(t)$	$i \omega X(\)$
$t x(t)$	$i \frac{d}{dt} X(\)$
$\frac{d^n}{dt^n} x(t)$	$(i \omega)^n X(\)$
$t^n x(t)$	$i^n \frac{d^n}{dt^n} X(\)$
Sampling av $x(t)$ med sampelavstånd T	$2 \pi/T$ -periodisk fortsättning av $1/T \cdot X(\)$
L -periodisk fortsättning av $x(t)$	Sampling av $2 \pi/L \cdot X(\)$ med avstånd $2 \pi/L$

Speciella transformer

Funktion	Transform
(t)	1
1	$2 \cdot ()$
$(t - t_0)$	$e^{-i \cdot t_0}$
$e^{i \cdot 0t}$	$2 \cdot (-)$
$(t - t_0) + (t + t_0)$	$e^{-i \cdot t_0} + e^{i \cdot t_0} = 2 \cos(-t_0)$
$\cos(-0t)$	$((-) + (+))$
$(t + t_0) - (t - t_0)$	$e^{i \cdot t_0} - e^{-i \cdot t_0} = 2i \sin(-t_0)$
$\sin(-0t)$	$- i \cdot ((-) - (+))$
$\underset{n=-}{(t - nT)}$	$2 \cdot \underset{n=-}{/T} \cdot (- 2 \cdot n/T)$
$u(t)$	$\frac{1}{i} + ()$
$\text{sign}(t)$	$\frac{2}{i}$
$\text{rect}(t/P)$	$P \cdot \text{sinc}(P / (2 \cdot))$
$\text{sinc}(t/(2 \cdot))$	$2 \cdot \text{rect}()$
$\text{sinc}(t)$	$\text{rect}(/ (2 \cdot))$
$u(t)$	$\frac{1}{i} + ()$
$\text{sign}(t)$	$\frac{2}{i}$

Beräkna fouriertransformerna till följande signaler:

a. $\text{rect}(2t - 1)$

b. $e^{-|t|} \cos 2t$

c. $t \text{ rect } t$

d. $\sin at \cdot \text{rect } t$

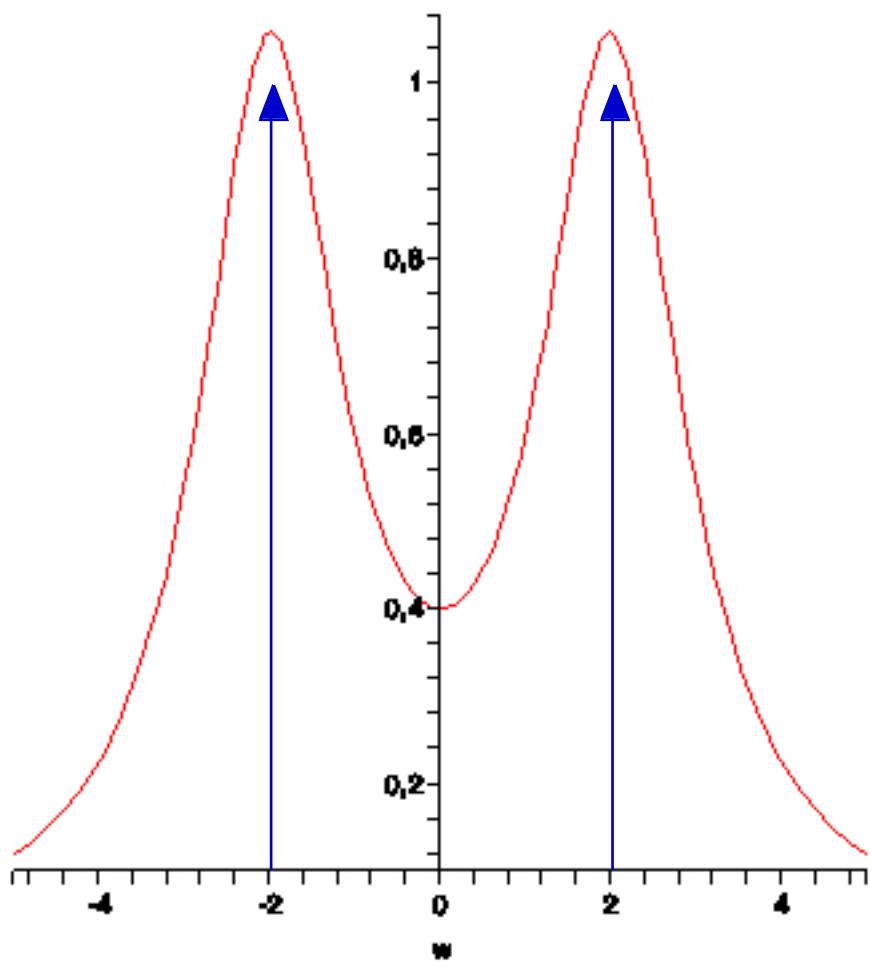
e. $t \cdot \text{sinc } t$

f. $\cos t \cdot \text{sinc } t$

g. $\text{sinc } t * \text{sinc } t$

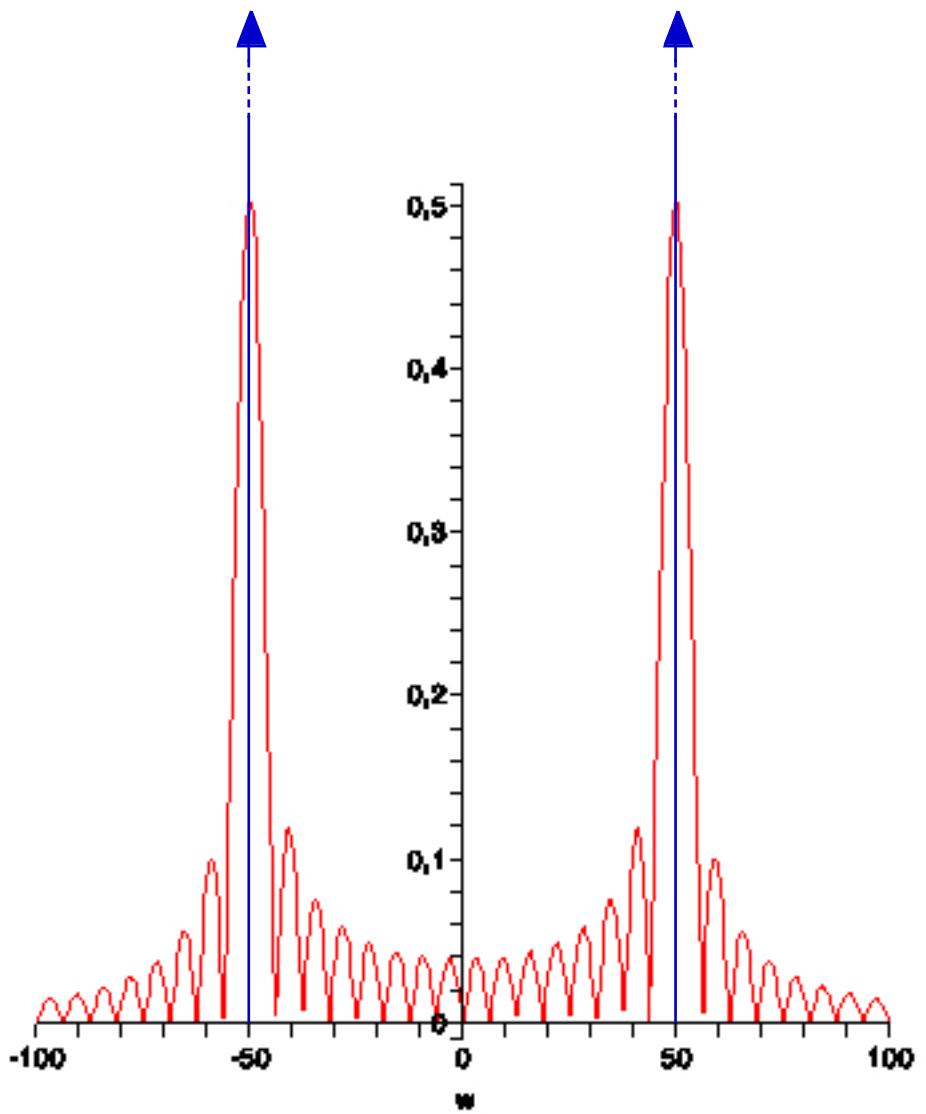
Svar:

- a. $\frac{1}{2} \operatorname{sinc}(\pi/(4\omega)) \cdot e^{-i\omega t/2}$
- b. $\frac{1}{(1+(\omega - 2)^2)} + \frac{1}{(1+(\omega + 2)^2)}$
- c. $i[\cos(\pi/2) - 2\sin(\pi/2)]/\omega^2$
- d. $i/2 \cdot [\operatorname{sinc}((\omega + a)/(2\omega)) - \operatorname{sinc}((\omega - a)/(2\omega))]$
- e. $i[(\omega + a) - (\omega - a)]$
- f. $\frac{1}{2} \cdot [\operatorname{rect}((\omega + 1)/(2\omega)) + \operatorname{rect}((\omega - 1)/(2\omega))]$
- g. $\operatorname{rect}(\omega/(2\omega)),$
(vilket innebär att $\operatorname{sinc} t * \operatorname{sinc} t = \operatorname{sinc} t$!)



Spektret till $x(t) = e^{-|t|} \cos 2t$

och till $\cos 2t$



Magnituden av spektret till $x(t) = \sin 50t \cdot \text{rect } t$

och till $\sin 50t$

Funktioner med rationella transformer

	Funktion	Transform ()
Då n heltal 0	$(n)(t)$	$(i)^n$
Då $a > 0$,	$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{a + i }$
och n heltal 1	$\frac{t^{n-1} e^{-at}}{(n-1)!} u(t)$	$\frac{1}{(a + i)^n}$
Då $a < 0$	$e^{-at} u(-t)$	$\frac{1}{a - i }$
och n heltal 1	$\frac{t^{n-1} e^{-at}}{(n-1)!} u(-t)$	$\frac{1}{(a + i)^n}$
	sign t	$\frac{2}{i}$
Då n heltal 1	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \text{ sign } t$	$\frac{2}{(i)^n}$
Då $a > 0$	$e^{-a t }$	$\frac{2a}{a^2 + ^2}$
Då $a > 0$	$e^{-a t } \text{ sign } t$	$-\frac{2i}{a^2 + ^2}$