

**Kontrollskrivning nr 1, Signaler och System I, för IT och ME
den 14 september 2005, kl 9.15 - 10.15**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning ger 2 bonuspoäng vid tentan den 20 oktober och den följande omtentan.

Inga hjälpmedel.

1. Bestäm den allmänna lösningen till systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= -3x_1(t) + 2x_2(t), \\x_2'(t) &= x_1(t) - 4x_2(t).\end{aligned}\tag{3p}$$

2. Man får veta att funktionerna $y_1(x) = x^2$ och $y_2(x) = x^3$ är lösningar till ekvationen

$$x^2 y'' - 4x y' + 6y = 0, \quad x > 0 \quad [1]$$

och att $y_3 = 2 + \ln x$ är en lösning till ekvationen

$$x^2 y'' - 4x y' + 6y = 7 + 6 \ln x, \quad x > 0. \quad [2]$$

Bestäm med ledning därav,

- a. Den allmänna lösningen till ekvationen [1]. (1p)
b. Den allmänna lösningen till ekvationen [2]. (1p)
c. Den lösning till [2] för vilken $y(1) = y'(1) = 0$. (2p)

Svar

A 1.
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-5t}.$$

2a. $y = c_1 x^2 + c_2 x^3.$

2b. $y = c_1 x^2 + c_2 x^3 + 2 + \ln x.$

2c. $y = -5x^2 + 3x^3 + 2 + \ln x.$

**Kontrollskrivning nr 1, Signaler och System I, för IT och ME
den 14 september 2005, kl 9.15 - 10.15**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning ger 2 bonuspoäng vid tentan den 20 oktober och den följande omtentan.

Inga hjälpmedel.

1. Bestäm den allmänna lösningen till systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= -2x_1(t) + 4x_2(t), \\x_2'(t) &= 2x_1(t) + 5x_2(t).\end{aligned}\tag{3p}$$

2. Man får veta att funktionerna $y_1(x) = x^3$ och $y_2(x) = x^4$ är lösningar till ekvationen

$$x^2 y'' - 6x y' + 12y = 0, \quad x > 0 \quad [1]$$

och att $y_3 = 1 + \ln x$ är en lösning till ekvationen

$$x^2 y'' - 6x y' + 12y = 5 + 12 \ln x, \quad x > 0. \quad [2]$$

Bestäm med ledning därav,

- a. Den allmänna lösningen till ekvationen [1]. (1p)
b. Den allmänna lösningen till ekvationen [2]. (1p)
c. Den lösning till [2] för vilken $y(1) = y'(1) = 0$. (2p)

Svar:

$$B \quad 1. \quad \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = c_1 \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} e^{6t} + c_2 \begin{matrix} 4 \\ -1 \end{matrix} e^{-3t}.$$

2a. $y = c_1 x^3 + c_2 x^4.$

2b. $y = c_1 x^3 + c_2 x^4 + 1 + \ln x.$

2c. $y = -3x^3 + 2x^4 + 1 + \ln x.$