

Dagens teman

- -funktionen och andra generaliserade funktioner (Arb 3, §4)

-funktionen, viktiga egenskaper

1. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$

–
 b

2. $\int_a^b \delta(t) dt = 0,$

om 0 ligger *utanför* intervallet $a < t < b$.

3. $x(t) \otimes \delta(t) = x(0) \delta(t)$ och

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) x(t) dt = x(0),$$

om $x(t)$ är kontinuerlig i $t = 0$.

4. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - \tau) x(\tau) d\tau = x(t),$

–
dvs. $\delta(t) * x(t) = x(t).$

5. $\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t),$ om $a \neq 0.$

Derivering av generaliserade funktioner

$$u'(t) = \int_{-\infty}^t u(t) dt = u(t).$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt = -x'(0).$$

Allmänt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (t-a)^n x(t) dt = (-1)^n x^{(n)}(a).$$

Faltning med δ -pulser och dess derivator:

$$\delta'(t) * x(t) = x(t).$$

Allmänt:

$$\delta^{(n)}(t) * x(t) = x^{(n)}(t).$$

Några speciella derivator

$$\frac{d}{dt} u(t) = \delta(t),$$

$$\frac{d}{dt} \text{sign } t = 2 \delta(t),$$

$$\frac{d}{dt} |t| = \text{sign } t,$$

$$\frac{d^2}{dt^2} |t| = 2 \delta(t),$$

$$\frac{d}{dt} \text{rect } t = \delta(t + 1/2) - \delta(t - 1/2).$$