Rättelser till lösningar till uppgifter i exempelsamlingens 4:e kapitel

4.3

Funktionen kan skrivas $\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\cos(2\pi n/5 - \pi/3) + \frac{4}{5}\cos(4\pi n/5 + \pi/6)$.

Svaret t.ex $A_0 = A_1 = \frac{2}{5}$, $A_2 = \frac{4}{5}$, $f_1 = \frac{1}{5}$, $f_2 = \frac{2}{5}$, $\varphi_1 = -\frac{\pi}{3}$ och $\varphi_2 = \frac{\pi}{6}$.

4.4.c

Följden $x[n] = \sin(2\pi n/3)\cdot\cos(\pi n/2)$ är 12-periodisk men inte 6-periodisk.

(Obs att $\sin(2\pi(n+6)/3) = \sin(2\pi n/3 + 4\pi) = \sin(2\pi n/3)$
men att $\cos(\pi(n+6)/2) = \cos(\pi n/2 + 3\pi) = -\cos(\pi n/2)$,
dvs. $x[n+6] = -x[n]$.)

Efter användning av Eulers formler får man:

$$x[n] = \frac{1}{4j}e^{7\pi jn/6} + \frac{1}{4j}e^{\pi jn/6} - \frac{1}{4j}e^{-\pi jn/6} - \frac{1}{4j}e^{-7\pi jn/6},$$

vilket jämfört med

$$x[n] = \sum_{k=0}^{11}\frac{1}{12}X[k]\,e^{2\pi jnk/12}$$

och tillsammans med 12-periodiciteten hos $X[k]$ ger

$$X[7] = X[1] = -3j,\ X[-1] = X[11] = 3j \text{ och } X[-7] = X[5] = 3j$$

samt övriga, dvs.

$$X[0] = X[2] = X[3] = X[4] = X[6] = X[8] = X[9] = X[10] = 0.$$

4.5.a

$y[n] = x[n]\cdot x^*[n]$ och det faktum att $X^*[-k]$ är DFT:n för $x^*[n]$ ger att den ändliga faltningen kommer att ha utseendet

$$\frac{1}{N}\sum_{l=0}^{N-1}X[k]\cdot X^*[k-l]$$

Svaret till b. påverkas inte av detta.