

**Kontrollskrivning nr 1, Differentialekvationer II, för T2
den 31 januari 2008 kl 10.15 - 11.00**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 1 vid tentan den 14 april och omtentan den 3 juni.

Inga hjälpmedel.

1. Bestäm den allmänna lösningen *på reell form* till systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= -x_1(t) - 5x_2(t), \\x_2'(t) &= x_1(t) + x_2(t).\end{aligned}\tag{3p}$$

2. Ekvationen

$$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = f(x), \quad [\text{A}]$$

där a_1 , a_2 och f är kontinuerliga funktioner i intervallet $x > 0$, satisfieras av de tre funktionerna

$$y_1(x) = x, y_2(x) = -\sqrt{x} \text{ och } y_3(x) = 1 - \sqrt{x}.$$

- a. Ange två linjärt oberoende lösningar till motsvarande homogena ekvation,

$$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0. \quad [\text{H}] \tag{1p}$$

- b. Ange den allmänna lösningen till homogena ekvationen [H] i intervallet $x > 0$. (1p)

- c. Bestäm den lösning till ekvationen [H] för vilken $y(1) = 5$ och $y'(1) = 3$. (2p)

**Kontrollskrivning nr 1, Differentialekvationer II, för T2
den 31 januari 2008 kl 10.15 - 11.00**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 1 vid tentan den 14 april och omtentan den 3 juni.

Inga hjälpmedel.

1. Bestäm den allmänna lösningen *på reell form* till systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 2x_1(t) + 5x_2(t), \\x_2'(t) &= -x_1(t) - 2x_2(t).\end{aligned}\tag{3p}$$

2. Ekvationen

$$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = f(x), \quad [A]$$

där a_1 , a_2 och f är kontinuerliga funktioner i intervallet $x > 0$, satisfieras av de tre funktionerna

$$y_1(x) = x, y_2(x) = -\ln x \text{ och } y_3(x) = 1 - \ln x.$$

- a. Ange två linjärt oberoende lösningar till motsvarande homogena ekvation,

$$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0. \quad [H] \tag{1p}$$

- b. Ange den allmänna lösningen till homogena ekvationen [H] i intervallet $x > 0$. (1p)

- c. Bestäm den lösning till ekvationen [H] för vilken $y(1) = 3$ och $y'(1) = 2$. (2p)

Svar:

A 1.
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} \cos 2t + 2 \sin 2t \\ -\cos 2t \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} \sin 2t - 2 \cos 2t \\ -\sin 2t \end{pmatrix} .$$

2a. T ex. $y = x + \sqrt{x}$ och $y = 1$,

2b. $y = c_1(x + \sqrt{x}) + c_2$,

2c. $y = 2x + 2\sqrt{x} + 1$.

B 1.
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 2\cos t - \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 2\sin t + \cos t \\ -\sin t \end{pmatrix} .$$

2a. T ex. $y = x + \ln x$ och $y = 1$,

2b. $y = c_1(x + \ln x) + c_2$,

2c. $y = x + \ln x + 2$.