

**Kontrollskrivning nr 2, Differentialekvationer II, för T2
den 28 februari 2008, kl 08.15 - 09.00**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 2 vid tentan den 14 april och omtentan den 3 juni.

Liten formelsamling nedan, f.ö. inga hjälpmedel tillåtna.

1. a. Vilken funktion har fouriertransformen $\frac{8}{9\omega^4 + 10\omega^2 + 1}$? (2p)
- b. Vilken funktion har fouriertransformen $\frac{e^{3i\omega}}{\omega^2 + 4\omega + 8}$? (2p)
2. a. Vilken är fouriertransformen till faltningen
 $x(t) = e^{2i\omega t} * \text{rect}(2t)$? (2p)
- b. Bestäm $x(t)$. (2p)

Svaren får inte innehålla några integraler eller faltningar.

Liten formelsamling:

a reell konstant $\neq 0$

Funktion	Fouriertransform
1	$2\pi \delta(\omega)$
e^{iat}	$2\pi \delta(\omega - a)$
$\cos(at)$	$\pi(\delta(\omega + a) + \delta(\omega - a))$
$\sin(at)$	$i\pi(\delta(\omega + a) - \delta(\omega - a))$
$e^{-a t }$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
$\frac{1}{a^2 + t^2}$	$\frac{\pi}{a} e^{-a \omega }$
$\text{rect}(t)$	$\text{sinc}(\omega/2)$

Funktion	Fouriertransform
Om $x(t)$	$X(\omega)$
så $X(t)$	$2\pi x(-\omega)$
$e^{i\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
$x(t - t_0)$	$e^{-i\omega t_0} X(\omega)$
$x(at), a > 0$	$\frac{1}{ a } X(\frac{\omega}{a})$
$x(-t)$	$X(-\omega)$
$(x * y)(t)$	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$
$x(t) \cdot y(t)$	$\frac{1}{2\pi} (X * Y)(\omega)$
$\frac{d}{dt} x(t)$	$i\omega X(\omega)$
$t x(t)$	$i \frac{d}{d\omega} X(\omega)$

$$x(at) = \frac{1}{|a|} x\left(\frac{t}{a}\right).$$

$x(t - a) = x(a - (t - a))$,
om $x(t)$ kontinuerlig för $t = a$.

$$\text{sinc } t = \frac{\sin(\pi t)}{t} \text{ om } t \neq 0, = 1 \text{ om } t = 0.$$

Lycka till!

**Kontrollskrivning nr 2, Differentialekvationer II, för T2
den 28 februari 2008, kl 08.15 - 09.00**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 2 vid tentan den 14 april och omtentan den 3 juni.

Liten formelsamling nedan, f.ö. inga hjälpmedel tillåtna.

1. a. Vilken funktion har fouriertransformen $\frac{3}{4\omega^4 + 5\omega^2 + 1}$? (2p)

b. Vilken funktion har fouriertransformen $\frac{e^{2i}}{\omega^2 + 2\omega + 10}$? (2p)

2. a. Vilken är fouriertransformen till faltningen

$$x(t) = e^{i\omega t} * \text{rect}(3t) \quad ? \quad (2p)$$

b. Bestäm $x(t)$. (2p)

Svaren får inte innehålla några integraler eller faltningar.

Liten formelsamling:

a reell konstant $\neq 0$

Funktion	Fouriertransform
$\delta(t)$	1
1	$2\pi \delta(\omega)$
e^{iat}	$2\pi \delta(\omega - a)$
$\cos(at)$	$\pi(\delta(\omega + a) + \delta(\omega - a))$
$\sin(at)$	$i\pi(\delta(\omega + a) - \delta(\omega - a))$
$e^{-a t }$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
$\frac{1}{a^2 + t^2}$	$\frac{\pi}{a} e^{-a \omega }$
$\text{rect}(t)$	$\text{sinc}(\omega/2)$

Funktion	Fouriertransform
Om $x(t)$	$X(\omega)$
så $X(t)$	$2\pi x(-\omega)$
$e^{i\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
$x(t - t_0)$	$e^{-i\omega t_0} X(\omega)$
$x(at), a > 0$	$\frac{1}{ a } X(\frac{\omega}{a})$
$x(-t)$	$X(-\omega)$
$(x * y)(t)$	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$
$x(t) \cdot y(t)$	$\frac{1}{2\pi} (X * Y)(\omega)$
$\frac{d}{dt} x(t)$	$i\omega X(\omega)$
$t x(t)$	$i \frac{d}{d\omega} X(\omega)$

$$\text{sinc}(at) = \frac{1}{|a|} \text{sinc}(t).$$

$x(t - a) = x(a - (t - a))$,
om $x(t)$ kontinuerlig för $t = a$.

$$\text{sinc } t = \frac{\sin(\pi t)}{t} \text{ om } t \neq 0, = 1 \text{ om } t = 0.$$

Lycka till!

Svar

- A
- 1a. $\frac{3}{2} e^{-|t|/3} - \frac{1}{2} e^{-|t|}$,
- 1b. $\frac{1}{4} e^{-2|t+3|} e^{-2i(t+3)}$.
- 2a. $(-2) \cdot \text{sinc}(\pi/(4)) = (-2) \cdot \text{sinc}(\pi/2) = 2(-2)$,
- 2b. $\frac{1}{2} \text{sinc}(\pi/2) \cdot e^{2i\pi t} = \frac{1}{2} \cdot e^{2i\pi t}$
- B
- 1a. $e^{-|t|/2} - \frac{1}{2} e^{-|t|}$,
- 1b. $\frac{1}{6} e^{-3|t+2|} e^{-i(t+2)}$.
- 2a. $\frac{2}{3} (-) \cdot \text{sinc}(\pi/(6)) = \frac{2}{3} (-) \cdot \text{sinc}(\pi/6) = 2(-)$,
- 2b. $\frac{1}{3} \text{sinc}(\pi/6) \cdot e^{i\pi t} = \frac{1}{3} \cdot e^{i\pi t}$