Dagens teman

- Litet om LTI-system (FM §1.4)
- Förberedelser (FM §2 och §3)

  Geometriskt om grafer

  Speciella funktioner: sign, språngfunktionen, rektangelfunktioner

  Periodisk fortsättning av funktioner

Exempel på signalbearbetning

- Filtrering
- Sampling
- Komprimering
- Rekonstruktion

Linjära tidsinvarianta system (LTI-system)

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\quad L \quad} \longrightarrow x_L(t)$$

Definierande egenskaper:

1° *(Linjaritet)*

Om

$$z(t) = ax(t) + by(t), \ a \text{ och } b \text{ konstanter,}$$

så är

$$z_L(t) = ax_L(t) + by_L(t).$$

2° *(Tidsinvarians)*

Om α är en reell konstant, så gäller:

$$y(t) = x(t - \alpha) \qquad y_L(t) = x_L(t - \alpha).$$

Några viktiga egenskaper:

1. (Karakterisering av LTI-system)

För alla LTI-system gäller:

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\quad h \quad} \longrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\, x(\tau)\, d\tau$$

där $h(t)$ (”pulssvaret”) är en ”funktion” som entydigt karakteriserar systemet.

Räkneoperationen på höger sida

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\, x(\tau)\, d\tau$$

kallas *faltningen av h* och x, skrivs $h(t) * x(t)$.

2. (Egenfunktioner till LTI-system)

$$e^{i\omega t} \longrightarrow \boxed{\quad h \quad} \longrightarrow H(\omega)\cdot e^{i\omega t}$$

där

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\, e^{-i\omega t}\, dt$$

dvs.

De harmoniska funktionerna $e^{i\omega t}$ är egenfunktioner till *alla*(!) LTI-system. Motsvarande egenvärde ges av fouriertransformen för systemets pulssvar.

$H(\omega)$ kallas systemets *överföringsfunktion.*

3. (Överföringsfunktionens roll)
Om

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\quad h \quad} \longrightarrow y(t),$$

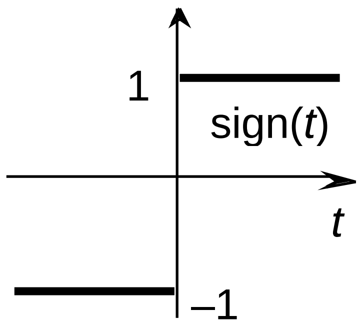
så gäller för fouriertransformerna till de tre ingående funktionerna x, h och y att

$$Y(\omega) = H(\omega)\cdot X(\omega).$$

Speciella funktioner:

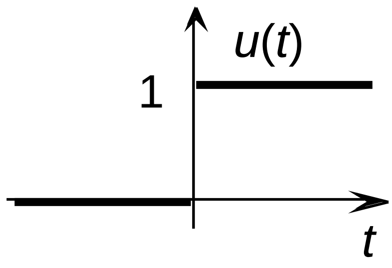
Signumfunktionen

$$\operatorname{sign}(t) = \begin{cases} 1, \text{ då } 0 < t, \\ -1, \text{ då } t < 0. \end{cases}$$



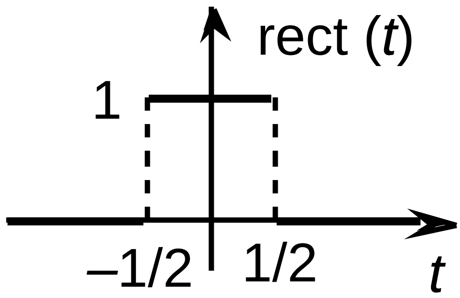
Enhetssprånget, Heavisides funktion

$$u(t) = \begin{cases} 1, \text{ då } 0 < t, \\ 0, \text{ då } t < 0. \end{cases}$$

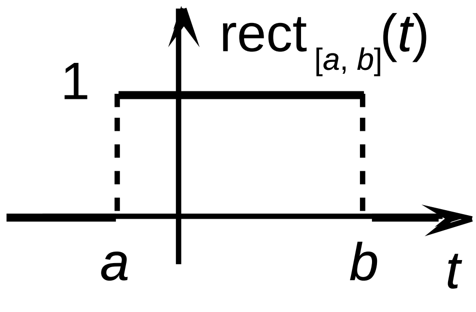


Rektangelfunktioner

$$\mathrm{rect}\,(t) = \begin{cases} 1, \text{ om } |t| < 1/2, \\ 0, \text{ om } |t| > 1/2. \end{cases}$$



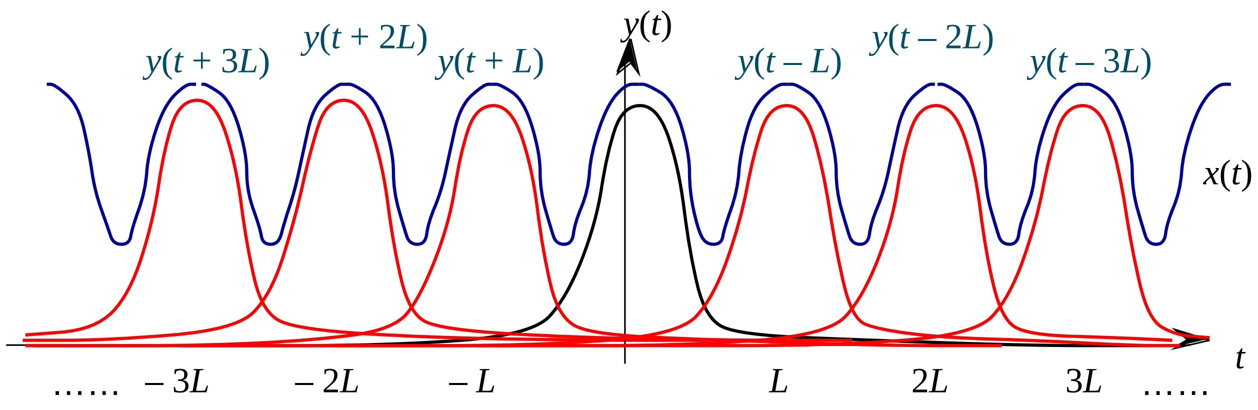
$$\mathrm{rect}_{[a,b]}\,(t) = \begin{cases} 1, \text{ då } a < t < b, \\ 0, \text{ då } t > b \text{ eller } t < a. \end{cases}$$

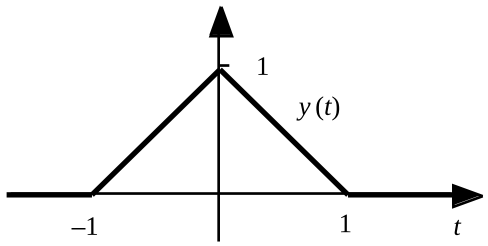


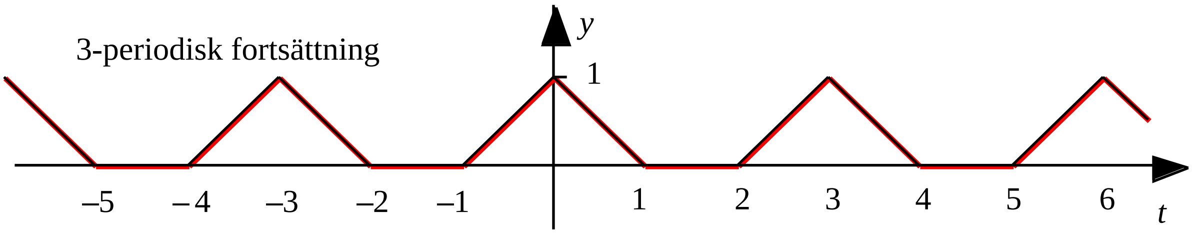
Periodisk fortsättning

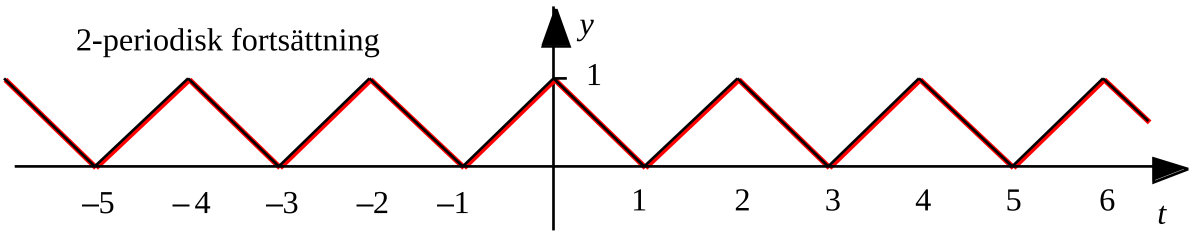
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(t - nL)$$

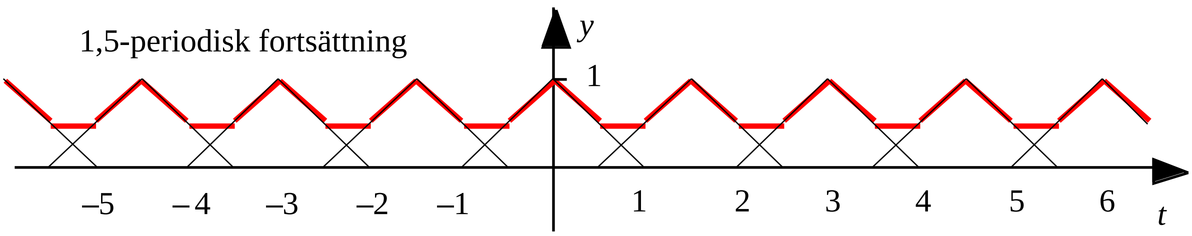
är *L-periodiska fortsättningen* av $y(t)$ – förutsatt att serien är konvergent.

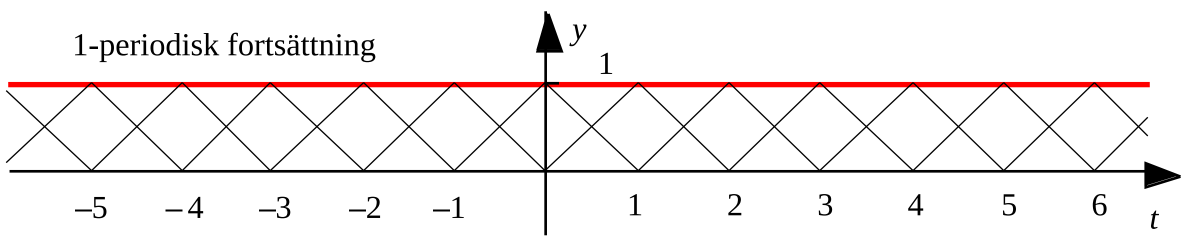



1
y (t)
–1
1
t


3-periodisk fortsättning
y
1
–5 –4 –3 –2 –1 1 2 3 4 5 6
t


2-periodisk fortsättning
y
1
–5 –4 –3 –2 –1 1 2 3 4 5 6
t


1,5-periodisk fortsättning
y
1
–5 –4 –3 –2 –1 1 2 3 4 5 6
t


1-periodisk fortsättning
y
1
–5 –4 –3 –2 –1 1 2 3 4 5 6
t