Dagens teman

- Parsevals relation, räkneexempel

- Sampling och periodisk fortsättning.
  $\mathcal{FS}$ som specialfall av fouriertransformen $\mathcal{FT}$

- Om val av mättid och sampelfrekvens

Parsevals relation

För signaler med ändlig totalenergi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 \, d\omega.$$

För L-periodiska signaler med ändlig medeleffekt:

$$\frac{1}{L} \int_{\langle L \rangle} |x(t)|^2 \, dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2.$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT) \xrightarrow{\mathcal{FT}} \frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{2\pi n}{T}\right)$$

$$= \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{n}{T}\right)$$

$$x(t) * y(t) \xrightarrow{\mathcal{FT}} X(\omega)\cdot Y(\omega) = \mathcal{X}(f)\cdot\mathcal{Y}(f)$$

$$x(t)\cdot y(t) \xrightarrow{\mathcal{FT}} \frac{1}{2\pi}X(\omega) * Y(\omega) = \mathcal{X}(f) * \mathcal{Y}(f)$$

$$\mathcal{X}(f) = X(2\pi f)$$

Sampling av $x(t)$ med sampelavstånd T	$2\pi/T$-periodisk fortsättning av $1/T \cdot X(\omega)$
P-periodisk fortsättning av $x(t)$	Sampling av $2\pi/P \cdot X(\omega)$ med avstånd $2\pi/P$

Sampling av $x(t)$ med sampelavstånd T	$1/T$-periodisk fortsättning av $1/T \cdot \mathcal{X}(f)$
P-periodisk fortsättning av $x(t)$	Sampling av $1/P \cdot \mathcal{X}(f)$ med avstånd $1/P$

Pulståg med pulsavstånd T	$1/T$-periodisk funktion (i ”varvvariabeln” f)
P-periodisk signal	Pulståg med pulsavstånd $1/P$ (i ”varvvariabeln” f)

Riktlinjer för val av mättidens längd och av samplingsfrekvensen

- Om frekvensupplösningen skall vara f_0 Hz, så bör mättiden vara åtminstone $\dfrac{1}{f_0}$ sek.
- Om bidragen från frekvenser med $|f_0| > B$ kan försummas, så kan sampelavståndet väljas till $\dfrac{1}{2B}$.

Den diskreta fouriertransformen

Analysekvation:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, \mathrm{e}^{-2\pi i nk/N}, \qquad k = 0, 1, \ldots, N-1.$$

Syntesekvation:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]\, \mathrm{e}^{2\pi i nk/N}, \quad n = 0, 1, \ldots, N-1.$$