Dagens teman

- Laplacetransformen (ZC, kap 7)
  Egenskaper och räkneexempel

Laplacetransformen

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt.$$

(Laplace-)faltning

$$f(t) * g(t) = \int_0^{t} f(t-\tau)\, g(\tau)\, d\tau \,, \; t > 0.$$

Egenskaper hos Laplacetransformen

Funktion	Transform
$f(t)$	$F(s)$
$af(t) + bg(t)$	$aF(s) + bG(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s - a)$
$f(t - a)\, u(t - a),\ a > 0$	$e^{-as}\, F(s)$
$f(at),\ a > 0$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
$\frac{1}{a} f\left(\frac{t}{a}\right),\ a > 0$	$F(as)$
$(f * g)(t)$	$F(s)\cdot G(s)$
$\frac{d}{dt} f(t)$	$s\,F(s) - f(0)$
$t\,f(t)$	$-\frac{d}{ds} F(s)$
$\left(\frac{d}{dt}\right)^n f(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - - s^{n-2}f'(0) - \ldots \ldots - s\,f^{(n-2)}(0) - - f^{(n-1)}(0)$
$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$
$\int_0^t f(\tau)\, d\tau,\ t > 0$	$\frac{F(s)}{s}$
Om $f(t + T) = f(t)$ då T och $t > 0$:	$\frac{1}{1 - e^{-Ts}} \int_0^T f(\tau)\, e^{-s\tau}\, d\tau$

Speciella transformer

Funktion	Transform
$\delta(t)$	1
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\delta(t-a),\ a>0$	e^{-as}
$u(t-a),\ a>0$	$\frac{e^{-as}}{s}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
e^{iat}	$\frac{1}{s-ia}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$