

Dagens tema

- Fasplan(-rum), fasporträtt, stabilitet (forts.)
(ZC sid 340-1, ZC10.2)
- Om högre ordnings system (Tillägg)

I 2×2 -fallet kan egenskaperna i vänsterkolumnen i tabellerna bestämmas direkt ur systemmatrisens determinant och summan av dess båda huvud-diagonalelement, dess *spår* (eng. *trace*).

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \det \mathbf{A} = ad - bc, \quad \text{tr} \mathbf{A} = a + d.$$

Egenvärdesekvationen är

$$\lambda^2 - \text{tr} \mathbf{A} \lambda + \det \mathbf{A} = 0,$$

dvs. $\text{tr} \mathbf{A} =$ summan av egenvärdena,

$\det \mathbf{A} =$ produkten av egenvärdena

och rötterna är

$$\lambda_{1,2} = \frac{\text{tr} \mathbf{A} \pm \sqrt{(\text{tr} \mathbf{A})^2 - 4 \det \mathbf{A}}}{2}.$$

Här avläses ex.vis:

Icke-reella egenvärden $(\text{tr} \mathbf{A})^2 - 4 \det \mathbf{A} < 0,$

Två reella egenvärden med samma tecken $0 < 4 \det \mathbf{A} < (\text{tr} \mathbf{A})^2.$

Två reella egenvärden med olika tecken $\det \mathbf{A} < 0.$

Något egenvärde = 0 $\det \mathbf{A} = 0.$

Realdelarna < 0 $\text{tr} \mathbf{A} > 0$ och $\det \mathbf{A} < 0.$

(ZC Sammanfattande figur 10.18)

Högre ordnings system

Varje system av differentialekvationer av högre ordning är ekvivalent med ett 1:a ordningens system.

Konstgrepp:

Om systemet innehåller funktionen $\frac{d^n x}{dt^n}$ så införs nya obekanta funktioner

$$x_1 = \frac{dx}{dt},$$

$$x_2 = x_1', \quad = \frac{d^2 x}{dt^2},$$

$$x_3 = x_2', \quad = \frac{d^3 x}{dt^3},$$

.....

$$x_{n-1} = x_{n-2}', \quad = \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}}.$$

Dessa ekvationer tillförs systemet, sedan ersätts alla förekomster av derivatorna upp till ordning $n - 1$ med dessa nya funktioner och n :te derivatan med 1:a-derivatan x_{n-1}' .