

**Tentamen, SF1634 (f.d. 5B1207), Differentialekvationer II, för T2,
den 3 juni 2008, kl 14.00 – 19.00**

Hjälpmedel: Mathematics Handbook, kompletterande formelblad för SF1634 (5B1207).

Betygsgränser (ECTS) inklusive bonus:

A: 26 – , B: 23 – 25, C: 20 – 22, D: 17 – 19, E: 14 – 16, Fx: 11 - 13, F: 0 – 10.
Fx berättigar till en kompletterande tentamen upp till betyget E.

Betygsgränser enl. äldre ordningen, inklusive bonus:

3: 14 – 19p, 4: 20 – 25p, 5: minst 26p.
11 – 13p berättigar till en kompletterande tentamen upp till betyget 3.

1. (Räknas endast av dem som inte godkänts på kontrollskrivning nr 1, för övriga tillgodoräknas 3p.)

Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$(x^2 + 1)y'(x) + x y(x) = 2x\sqrt{x^2 + 1}. \quad (3p)$$

2. (Räknas endast av dem som inte godkänts på kontrollskrivning nr 2, för övriga tillgodoräknas 3p.)

Bestäm $y(t)$ så att

$$y''(t) + 15 y'(t) + 56y(t) = (t - 2)\delta(t), y(0) = 0, y'(0) = 1,$$

där δ är delta-funktionen.

Svaret får inte innehålla några integraler.

(3p)

3. (Räknas endast av dem som inte godkänts på bonusuppgiften, för övriga tillgodoräknas 3p.)

Fouriertransformera

$$x(t) = \begin{cases} t e^{it}, & \text{då } |t| < 1, \\ 0, & \text{då } 1 < |t|, \end{cases}$$

t.ex. med hjälp av definitionen av fouriertransformen.

(3p)

4. Beräkna

$$((\text{sign } t) e^{-|t|}) * e^{-|t|},$$

där $*$ betecknar fourierfaltning. Svaret får inte innehålla integraler eller faltningar.

(3p)

5. a. Bestäm den komplexa 2-periodiska fourierserieutvecklingen av funktionen

$$y(t) = (\sin t) \cdot \cos^2 t \quad (2p)$$

Tips: Använd Eulers formler för att skriva om de olika faktorerna i $y(t)$.

b. Beräkna med hjälp av svaret i a-uppgiften

2

$$\int_0^2 \sin^2 t \cdot \cos^4 t dt \quad (2p)$$

0

6. Givet differentialekvationen

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{y} \text{ med bivillkoret } y(2) = 1.$$

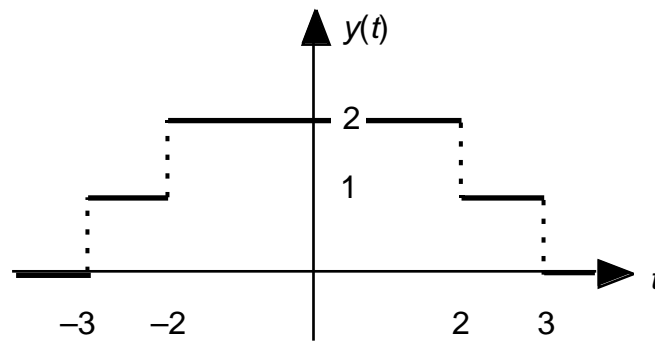
a. Bestäm en funktion $y(x)$, som i intervallet $0 < x$ uppfyller dessa villkor. (2p)

b. Bestäm en funktion $y(x)$, som för alla reella x uppfyller dessa villkor. (2p)

7. Bestäm den allmänna lösningen till systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 1 & 2 & 3 & x_1(t) \\ x_2'(t) &= 1 & 0 & -1 & x_2(t) \\ x_3'(t) &= 1 & 1 & 1 & x_3(t) \end{aligned} \quad (5p)$$

8. Signalen $y(t)$ är sträckvis konstant och antar heltalsvärdena 0, 1 och 2 enligt grafen:



a. Bestäm fouriertransformen till $y(t)$. (1p)

b. Skissera grafen för den 3-periodiska fortsättningen $x(t)$ till $y(t)$. (2p)

c. Vilken är $x(t)$:s komplexa fourierserieutveckling? (2p)

d. Finns det tal p sådana att den p -periodiska fortsättningen till $y(t)$ bara antar ett enda värde? Ange i så fall något sådant p . (1p)

Svaren får inte innehålla några integraler eller faltningar. Signalen $y(t)$ kan anses vara odefinierad för $t = \pm 2$ och ± 3 .

Lycka till!