

**Kontrollskrivning nr 1, Differentialekvationer II, för T2
den 29 januari 2007, kl 08.15 - 09.00**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 1 vid tentan den 18 april och omtentan den 5 juni.

Inga hjälpmedel.

1. Bestäm den allmänna lösningen till systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 2x_1(t) - 4x_2(t), \\x_2'(t) &= 2x_1(t) - 7x_2(t).\end{aligned}\tag{3p}$$

2. Man får veta att funktionerna $y(x) = x^2$ och $y(x) = \frac{1}{x^5}$ är lösningar till differentialekvationen

$$x^2 y'' + 4x y' - 10y = 0, x > 0 \quad [1]$$

och $y = x^4$ är en lösning till

$$x^2 y'' + 4x y' - 10y = 18x^4, x > 0. \quad [2]$$

(Detta behöver Du inte kontrollera.)

- a. Ange den allmänna lösningen till ekvationen [1]. (1p)
b. Ange den allmänna lösningen till ekvationen [2]. (1p)
c. Bestäm den lösning till ekvationen [2] för vilken $y(1) = 8$ och $y'(1) = -3$. (2p)

Svar:

1.
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} e^t + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-6t}.$$
- 2a. $y = c_1 x^2 + c_2 x^{-5}$
2b. $y = x^4 + c_1 x^2 + c_2 x^{-5}$
2c. $y = x^4 + 4x^2 + 3x^{-5}$

**Kontrollskrivning nr 1, 5B1207, Differentialekvationer II,
den 30 januari 2006, kl 15.15 - 16.00**

4p räcker för godkänt. Godkänd skrivning motsvarar godkänt på uppgift nr 1 vid tentan den 19 april och omtentan den 7 juni.

Inga hjälpmedel.

1. Bestäm den allmänna lösningen till systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t) + 3x_2(t), \\x_2'(t) &= 7x_1(t) + 5x_2(t).\end{aligned}\tag{3p}$$

2. Man får veta att funktionen $y_1(t) = \frac{e^{it}}{\sqrt{t}}$, $t > 0$, är en komplex lösning till differentialekvationen

$$t^2 y'' + t y' + \left(t^2 - \frac{1}{4}\right) y = 0, \quad t > 0.$$

(Detta behöver Du inte kontrollera.)

- a. Ange med ledning därav *utan några omfattande kalkyler* en reell lösning $y(t)$ till ekvationen. (1p)
- b. Ange den allmänna lösningen till ekvationen. (1p)
- c. Bestäm den lösning till ekvationen för vilken $y(t) = 0$ och $y'(t) = 1$. (2p)

Svar

1.
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} e^{8t}.$$

2a.
$$y = \frac{\sin t}{\sqrt{t}}, t > 0 \text{ och } y = \frac{\cos t}{\sqrt{t}}, t > 0.$$

2b.
$$y = c_1 \frac{\sin t}{\sqrt{t}} + c_2 \frac{\cos t}{\sqrt{t}}, t > 0.$$

2c.
$$y = -\sqrt{t} \frac{\sin t}{\sqrt{t}}, t > 0.$$