

Att grubbla på

1. (Ett multiplikationstrick)

Om man vill multiplicera två positiva heltal kan man förfara som i följande exempel:

$$13 \times 14$$

halvera (stryk eventuell rest) resp fördubbla

13	14
6	28
3	56
1	112

Stryk sedan de rader där talet i vänstra spalten är jämnt

13	14
6	28
3	56
1	112

Addera kvarvarande tal i högra spalten. Detta ger den sökta produkten:

182

Varför fungerar detta alltid?

Och så några sifferlekar:

2. (Om 1089)

Välj ett tresiffrigt tal, där första och sista siffran är olika 417

Vänd på talet 714

Dra det mindre av talen från det större

$$\begin{array}{r} 714 \\ - 417 \\ \hline 297 \\ + 792 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Vänd på resultatet och addera

Resultatet blir alltid

Varför är det så?

3. (De mystiska talen 298 och 208)

Ta ett tvåsiffrigt tal, vilket som helst 17
 Multiplicera detta med 298 5066
 Dela in resultatet i tvåsiffriga tal bakifrån 50|66
 Addera dessa

$$\begin{array}{r} 66 \\ + 50 \\ \hline 116 \end{array}$$

Upprepa förfarandet tills resultatet blir ett tvåsiffrigt tal 1|16

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 1 \\ \hline 17 \end{array}$$

Resultatet blir det tal vi utgick ifrån!

Ta ett tvåsiffrigt tal, vilket som helst 73
 Multiplicera detta med 208 15184
 Dela in resultatet i tvåsiffriga tal bakifrån 1|51|84
 Addera dessa

$$\begin{array}{r} 84 \\ 51 \\ + 1 \\ \hline 136 \end{array}$$

Upprepa förfarandet tills resultatet blir ett tvåsiffrigt tal 1|36

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 1 \\ \hline 37 \end{array}$$

Resultatet blir det tal vi utgick ifrån, fast spegelvänt!

Varför är det så? Finns det några andra tal än 298 och 208 med samma egenskaper?

Litet mera allvar:

4. (Räkning med oändliga decimalbråk)

Låt $x = 0,a_1a_2a_3\dots a_n\dots$
 och $y = 0,b_1b_2b_3\dots b_n\dots$ (a_i och b_i siffror 0, 1, ..., 9).

a. Kan Du beskriva något förfarande som säkert ger den n :te decimalen i talet $x + y$?

b. Kan Du beskriva något förfarande som säkert ger ett decimalbråk

$$z = 0,c_1c_2c_3\dots c_n\dots$$

som skiljer sig från $x + y$ med mindre än en godtyckligt föreskriven felgräns (> 0).